

# **Perdas de Carga e Escoamento Laminar Tridimensional em Condutas com Curvatura de 90°**

*Nelson Pedro Magalhães de Carvalho*

**Dissertação do MIEM**

Orientador na FEUP: Prof. Fernando Pinho



**FEUP**

**Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto  
Mestrado Integrado em Engenharia Mecânica**

Julho de 2010

## Resumo

Este trabalho foi realizado com o intuito de colmatar uma falha existente no estudo das perdas de carga, mais concretamente as que ocorrem em curvas de secção circular aquando de um escoamento em regime laminar.

Maioritariamente os estudos debruçam-se sobre o regime turbulento pois as aplicações em regime laminar não são tão comuns, não devendo no entanto ser menosprezadas.

Esta avaliação numérica foi realizada usando o código de cálculo comercial *Fluent*. A Mecânica de Fluidos Computacional (CFD) é usada actualmente como um complemento importante aos métodos experimentais.

O cálculo da perda de carga, aqui restringido a curvas de 90°, tira partido das condições a montante e a jusante da curva, condições essas de escoamento completamente desenvolvido. A partir dessas regiões onde o escoamento é inteiramente definido, são feitas extrapolações para a região da curva procurando analisar a sua influência no escoamento e as causas da perda de carga. Foram tomadas duas considerações e calculados dois valores adimensionais que expressam a perda de pressão causada pela perturbação. Um coeficiente de perdas localizadas total agregador de todas as influências da curva para a perda de carga, e um outro para isolar o efeito da mudança de direcção e analisar apenas a contribuição desse para a perda de energia.

Foi verificado um decréscimo linear do coeficiente total de perdas com o aumento do número de *Reynolds* quando este toma valores muito baixos e uma tendência a estabilizar para valores mais elevados aproximando-se assim do comportamento em regime turbulento.

O efeito da mudança de direcção aumenta claramente com o número de *Reynolds*. Em relação à variação com o raio de curvatura foram verificadas duas situações distintas, facto imprevisto pois a participação da mudança de direcção deve ser sempre superior para os menores raios de curvatura, estudando o rácio entre a perda devida à mudança de direcção e a perda total esse comportamento foi verificado.

As zonas de separação do escoamento axial e o escoamento secundário transversal ao longo da curva são as principais causas das perdas de carga nesta geometria.

## Abstract

This work was realized to fill an existing fault in the pressure losses study, specifically those that occur in bends of circular section at laminar flow. The majority of the studies pore over the turbulent regime. Applications in laminar ducts aren't as common as cases of turbulent flow, however should not be underrated.

This numerical evaluation was done using the commercial code *Fluent*. The Computational Fluid Dynamics (CFD) is currently used as an important complement to experimental methods.

The pressure loss calculation, here restricted to 90° curves, takes benefit of the flow conditions upstream and downstream of the curve, fully developed flow. From these regions where the flow is fully known extrapolations are made to the curve, analyzing its impact on the pressure losses. Two considerations were taken and two dimensionless values were calculated. A localized pressure loss coefficient to gather all the influences of the curve to the losses and another one that aimed to isolate the direction change effect.

It was found a linear decrease of the total loss coefficient with increasing *Reynolds* number when it takes very low values and a propensity to stabilize for higher values thus approaching the turbulent behavior.

The direction change effect is clearly increased with the *Reynolds* number. Regarding the variation with the radius of curvature two distinct situations were found, that was unexpected because the contribution from change in direction must always be greater for smaller radius of curvature, in the ratio between the two coefficients that behavior was confirmed.

The axial flow separation zones and the helical secondary flow are the main causes to the pressure loss in this geometry.

## **Agradecimentos**

A primeira palavra de apreço destina-se ao Engenheiro Fernando Pinho, pronto a ajudar sempre que possível.

De seguida para os amigos que acompanharam a elaboração do trabalho, com especial relevo para o Nuno Rocha e o João Cerejo Miranda.

Por fim agradeço à família mais próxima que me deu a força necessária para a execução do trabalho que acabou por passar por fases mais complicadas que o esperado.

## Nomenclatura

Símbolo	Significado	Unidades
$R_e$	Número de <i>Reynolds</i>	-
$R_c$	Raio de curvatura	m
$D$	Diâmetro da conduta	m
$D_h$	Diâmetro hidráulico	m
$l$	Comprimento da conduta	m
$\rho$	Massa volúmica	Kg/m <sup>3</sup>
$V$	Velocidade média do escoamento	m/s
$\mu$	Viscosidade dinâmica	N.s/m <sup>2</sup>
$\tau$	Tensão de corte	N/m <sup>2</sup>
$u$	Componente velocidade em x	m/s
$v$	Componente velocidade em y	m/s
$w$	Componente velocidade em z	m/s
$p$	Pressão	Pa
$f$	Factor de fricção	-
$K_{total}$	Coeficiente perdas localizadas totais	-
$K_{direcção}$	Coeficiente perdas localizadas de direcção	-

## Índice de Conteúdos

<b>1</b>	<b>Introdução e Motivação.....</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica .....</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Teoria .....</b>	<b>6</b>
<b>4</b>	<b>Equações Governativas .....</b>	<b>10</b>
<b>5</b>	<b>Método numérico .....</b>	<b>13</b>
	Alguns aspectos do procedimento numérico de cálculo .....	13
	Breve descrição do método numérico .....	14
	Opções do cálculo numérico .....	15
	Validação .....	15
	Solução analítica conduta secção circular .....	16
	Placas paralelas .....	18
	Conduta rectilínea de secção circular .....	21
	Domínio de cálculo e geração da malha na conduta com curvatura .....	27
	Procedimento para a obtenção dos coeficientes de perda de carga.....	28
<b>6</b>	<b>Resultados e Discussão .....</b>	<b>31</b>
<b>7</b>	<b>Conclusões .....</b>	<b>39</b>
	<b>Referências .....</b>	<b>40</b>
	<b>Anexos.....</b>	<b>41</b>
	A.1 Informações Relativas ao <i>Fluent</i> 6.....	41
	A.2 $R_c/D=1$ .....	44
	A.3 $R_c/D=1.5$ .....	45
	A.4 $R_c/D=2$ .....	46
	A.5 $R_c/D=3$ .....	47
	A.6 $R_c/D=4$ .....	48
	A.7 $R_c/D=5$ .....	49
	A.8 $R_c/D=12$ .....	50
	A.9 $R_c/D=15$ .....	51
	A.10 $R_c/D=25$ .....	52
	A.11 Elementos geométricos usados para a análise dos resultados .....	53

## Índice de Figuras

Figura 3.1 – Tubos de fluxo em regime laminar.....	6
Figura 3.2 – Pressão ao longo de conduta com curva .....	7
Figura 3.3 – Escoamento numa curva, [Lencastre <sup>9</sup> ].....	8
Figura 3.4 – Escoamento secundário, [Lencastre <sup>9</sup> ].....	8
Figura 5.1 – Discretização do domínio em volumes de controlo. ....	14
Figura 5.2 – Escoamento interno.....	16
Figura 5.3 – Geometria do escoamento entre placas paralelas.....	18
Figura 5.4 - Perfis para escoamento desenvolvido. ....	19
Figura 5.5 - Definição da malha no <i>Gambit</i> . ....	22
Figura 5.6 - Aspecto da malha gerada no <i>Fluent</i> 12.....	24
Figura 5.7 - Perfis calculados e perfil teórico.....	25
Figura 5.8 – Variação longitudinal da pressão na conduta para $Re=10$ . ....	26
Figura 5.9 - Regressão linear à queda de pressão em regime completamente desenvolvido para $Re=10$ .....	26
Figura 5.10 – Geração do volume no <i>SolidWorks</i> 2009.....	27
Figura 5.11 – Queda de pressão na conduta de entrada. ....	28
Figura 5.12 - Queda de pressão na conduta de saída.....	28
Figura 5.13 – Sistema de coordenadas do domínio de cálculo.....	30
Figura 5.14 - Queda de pressão na conduta.....	30
Figura 6.1 - $K_{total}$ em função de $Re$ , $D$ e $R_c$ . ....	32
Figura 6.2 - $K_{direcção}$ em função de $Re$ e $R_c/D$ entre 1 e 3 .....	33
Figura 6.3 – $K_{direcção}$ em função de $Re$ e $R_c/D$ entre 4 e 25. ....	33
Figura 6.4 – $K_{direcção}/K_{total}$ em função de $R_c/D$ para $Re$ entre 50 e 500.. ....	34
Figura 6.5 - $K_{direcção}/K_{total}$ em função de $Re$ para $R_c/D$ entre 1 e 25.....	34
Figura 6.6 - Contornos da magnitude da velocidade para $R_c/D=1$ e $Re=0,2$ , para o qual $V_{média}=0,0001$ m/s.....	35
Figura 6.7 - Contornos da magnitude da velocidade para $R_c/D=5$ e $Re=500$ , para o qual $V_{média}=0,25$ m/s.....	36
Figura 6.8 - Contornos da magnitude da velocidade para $R_c/D=1$ e $Re=500$ , vista afastada...36	
Figura 6.9 - Contornos da magnitude da velocidade para $R_c/D=5$ e $Re=500$ , para o qual $V_{média}=0,25$ m/s.....	37
Figura 6.10 - Contornos da magnitude da velocidade para $R_c/D=1$ e $Re=0,2$ , para o qual $V_{média}=0,0001$ m/s.....	37
Figura 6.11 - Contornos do escoamento secundário para $R_c/D=1$ e $Re=500$ , para o qual $V_{média}=0,25$ m/s.....	38
Figura 6.12 - Contornos do escoamento secundário para $R_c/D=5$ e $Re=0,2$ , para o qual $V_{média}=0,0001$ m/s.....	38
Figura 6.13 - Contornos do escoamento secundário para $R_c/D=5$ e $Re=500$ , para o qual $V_{média}=0,25$ m/s.....	39

## Índice de Tabelas

Tabela 5.1 – Número de nós em cada face e espaçamentos mínimos das malhas criadas. ....	19
Tabela 5.2 – Valores e erros relativos ao valor teórico obtidos para $f$ . ....	19
Tabela 5.3 – Dimensões da conduta. ....	22
Tabela 5.4 – Incrementos mínimos dos volumes de controlo das malhas geradas no <i>Gambit</i>	22
Tabela 5.5 – Valores de $f$ calculados por $dp/dz$ , erros relativos relativos ao valor teórico de 6,4 para cada malha e resíduos de convergência. ....	23
Tabela 5.6 - Valores de $f$ calculados por $\tau$ , erros relativos para cada malha e resíduos de convergência. ....	23
Tabela 5.7 - Valores da assimetria para a malha da validação em conduta a $Re=10$ . ....	24
Tabela 5.8 - Incrementos mínimos dos volumes de controlo da malha gerada para o <i>Fluent</i>	12
.....	25



## 1 Introdução e Motivação

As instalações industriais possuem redes de transporte de fluidos nas quais existem inúmeros acessórios cujo impacto deve ser quantificado de forma cuidada e precisa de modo a permitir dimensionamentos correctos e a selecção das máquinas que melhor se ajustam às funções pretendidas.

De entre os acessórios mais comuns destacam-se as curvas, que podem ter várias geometrias. Sendo mais frequentes as de secção circular e as de secção rectangular.

Neste trabalho pretende-se quantificar numericamente as quedas de pressão que ocorrem em escoamentos de fluidos newtonianos em curvas a 90° de secção circular em função do número de *Reynolds* ( $Re$ ) e do raio de curvatura ( $R_c$ ), para valores de  $Re$  contidos no regime laminar e em condições isotérmicas.

A consulta da literatura mostra que para esta conjuntura existe um vazio de informação já que quase todas as correlações e estudos experimentais se focam sobre escoamentos turbulentos.

É de referir que embora um número significativo de aplicações decorram em regime turbulento, as aplicações a sistemas que operam em regime laminar são também muito comuns. Isto acontece quando os fluidos em escoamento são muito viscosos e recentemente nos microcircuitos de fluidos.

A queda de pressão num acessório, frequentemente designada por perda de carga quando quantificada em metros coluna de fluido, pode ser definida como a dissipação de energia por parte do fluido em circulação, dependendo essencialmente da velocidade e viscosidade do fluido e das características da tubagem. Quando a rugosidade é muito elevada tem influência no escoamento, considera-se que há uma distorção da geometria da conduta, neste estudo considera-se que a rugosidade das condutas é suficientemente baixa para não ter qualquer influência nas características do escoamento laminar.

Esta dissertação está organizada da seguinte forma. No próximo capítulo faz-se uma breve revisão bibliográfica sobre este tema, com ênfase na obtenção de informações específicas sobre coeficientes de queda de pressão em curvas circulares. No capítulo 3 descreve-se a teoria associada aos escoamentos interiores e às quedas de pressão em acessórios de forma a expor a metodologia aqui adaptada para quantificar os respectivos coeficientes de fricção a partir da solução das equações governativas apresentadas no capítulo 4. No capítulo 5 faz-se uma breve apresentação do método numérico e programa de cálculo adaptado, seguindo-se os exercícios de validação para averiguar o nível de refinamento da malha a usar para atingir níveis de precisão satisfatórios. O trabalho prossegue para os resultados no capítulo 6 e termina no capítulo 7 com as principais conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 Revisão Bibliográfica

O escoamento em condutas curvas é estudado desde longa data, a importância destes elementos foi desde logo reconhecida pelo que tem sido tentada a compreensão dos fenómenos físicos que nelas ocorrem e que provocam as perdas de carga.

*Thompson*<sup>1</sup> é tido como o primeiro a observar e explicar teoricamente o escoamento secundário gerado pela presença da curva na conduta, surge um gradiente de pressão para compensar as forças centrífugas geradas na trajectória curva do fluido, a pressão é superior da parede exterior da curva e menor na interior, pelo que o fluido mais próximo do topo e do fundo da conduta se movimenta com menor velocidade. Seguiram-se investigações experimentais por parte de *Eustace*<sup>2</sup>, *White*<sup>3</sup> e *Taylor*<sup>4</sup> sendo no entanto *Dean*<sup>5</sup> a analisar de forma mais profunda o caso do escoamento em condutas de secção circular de fluido incompressível em regime permanente. Concluiu que o escoamento helicoidal secundário aumenta a resistência friccional ao escoamento em relação a um escoamento numa conduta a direito.

*Smith*<sup>6</sup> apresenta resultados experimentais para a perda de carga para curvas de vários graus de curvatura, mas apenas para regime turbulento.

*Idel'cik*<sup>7</sup> apresenta diversos valores experimentais para a perda de carga em curvas de 90°, para diferentes gamas de  $Re$  e razões entre  $R_C$  e o diâmetro da conduta ( $D$ ), estudando essencialmente o regime turbulento. São analisados os coeficientes de perda de carga para  $0.5 < R_C/D < 1.5$  em curvaturas até 180° para valores de  $Re$  iguais ou superiores a  $2 \times 10^5$ , paredes rugosas e lisas. Para as mesmas condições são também estudadas as expressões para  $R_C/D > 1.5$ . Abordando apenas o regime laminar no caso em que o raio de curvatura é muito superior ao diâmetro da conduta, no caso de serpentinas em que  $R_C/D \gg 1.5$ , para  $50 < Re < 2 \times 10^4$ .

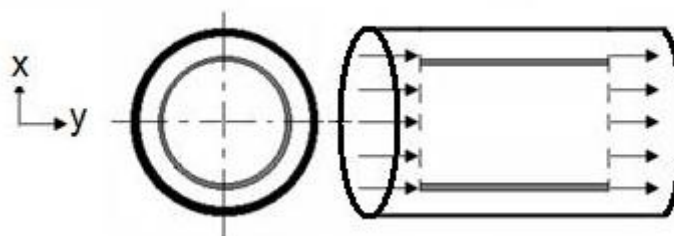
Sendo portanto útil abordar as perdas em regime laminar para baixos valores de  $R_C/D$ .

### 3 Teoria

O estudo das perdas de carga é feito desde longa data, havendo bastantes correlações provenientes de dados experimentais, as equações de *Colebrook-White* e *Hazen-Williams* são disso exemplo. No entanto são unicamente aplicáveis em casos de regime turbulento. O parâmetro que define o tipo de escoamento é o número de *Reynolds* ( $Re$ ), exprime o rácio entre as forças de inércia e as forças viscosas, equação (3.1),

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu}, \quad (3.1)$$

em que  $\rho$  é a massa volúmica,  $V$  a velocidade média do fluido em escoamento,  $D$  o diâmetro da conduta e  $\mu$  viscosidade dinâmica que expressa a resistência interna do fluido ao escoamento. O propósito da dissertação é o estudo em regime laminar, valores de  $Re$  inferiores a 2000 aproximadamente. Nesta condições as linhas de fluxo são paralelas ao escoamento não havendo fluxo normal a elas, no caso de uma conduta circular ocorrem os tubos de fluxo como mostra a Figura 3.1.



**Figura 3.1 – Tubos de fluxo em regime laminar.**

Os escoamentos internos, em condutas, são fortemente influenciados pela presença das paredes que os limitam.

Analisando o escoamento mais simples, rectilíneo, as moléculas em contacto com as paredes tendem a adquirir a velocidade das mesmas, nula neste caso, influenciando as moléculas vizinhas levando à referida perda de energia a cada distância percorrida. No caso do escoamento se encontrar em estado completamente desenvolvido a perda segue um gradiente constante.

Esta perda de energia pelo fluido provocada pelo atrito do escoamento é geralmente estudada através do factor de fricção  $f$ . Este parâmetro adimensional depende, em regime laminar, exclusivamente de  $Re$ .

$$f_{\text{laminar}} = f(Re) \quad (3.2)$$

Essa perda de pressão pode então ser calculada através da equação de *Darcy-Weichbach* (3.3),

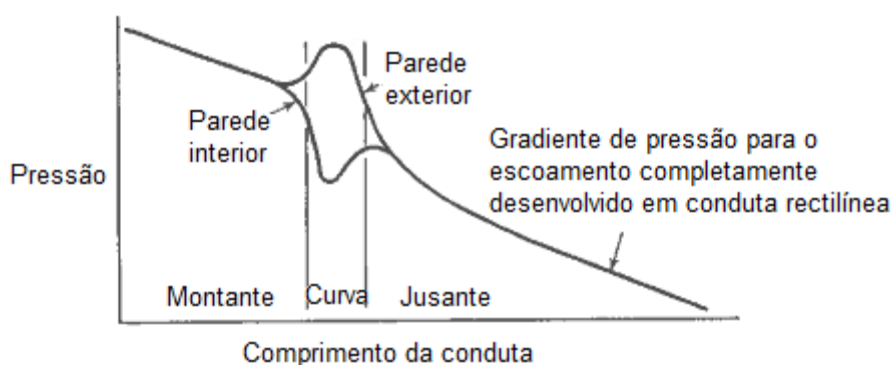
$$\Delta p = f \left( \frac{L}{D} \right) \left( \frac{\rho V^2}{2} \right), \quad (3.3)$$

em que  $L$  o comprimento dos troços rectos da instalação,  $D$  o diâmetro da conduta,  $V$  a velocidade média do fluido e  $\rho$  a massa volúmica.

A perda de carga descrita até agora é denominada por perda de carga em linha, ocorre em todo e qualquer escoamento real.

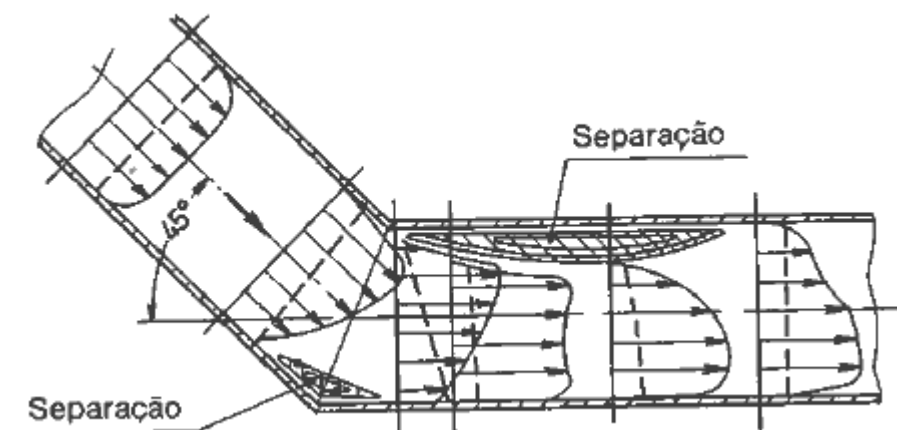
Adicionalmente, a cada perturbação do escoamento, em que haja alteração na secção da conduta, ou na direcção do escoamento como é o caso das curvas, ocorre uma perda chamada localizada pois é originada numa zona específica e bem delineada, a forma que o escoamento possui é completamente alterada tornando o escoamento complexo e desordenado.

Quando o trajecto não é rectilíneo, e surge uma curva, a variação da pressão deixa de ser constante e tem o comportamento sobre as paredes da conduta que a Figura 3.2. exemplifica, notando-se a influência na vizinhança da curva, antes e principalmente depois da mudança de direcção.



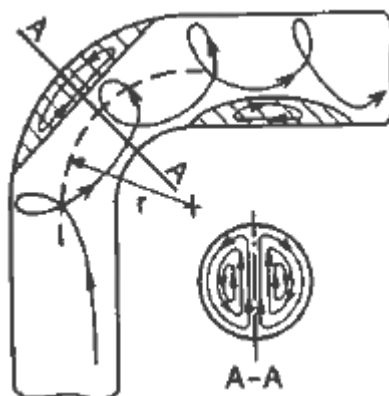
**Figura 3.2 – Pressão ao longo de conduta com curva**

Para se perceber as causas da perda de carga na curva a Figura 3.3. mostra através de um corte transversal numa curva, de 45° neste caso, os fenómenos que nela ocorrem.



**Figura 3.3 – Escoamento numa curva, [Lencastre<sup>9</sup>].**

Na aproximação à curva surgem forças centrífugas no sentido do centro da conduta para a parede exterior, criando um aumento de pressão na vizinhança da parede exterior e o inverso na parede interior. Logo após a transposição da curva a velocidade é consideravelmente superior na zona exterior da curva. Ocorrem portanto dois efeitos, na região interior um efeito de convergência e o oposto na região exterior. A jusante da curva na transição para o escoamento rectilíneo os efeitos invertem-se.



**Figura 3.4 – Escoamento secundário, [Lencastre<sup>9</sup>].**

Os fenómenos de divergência levam ao descolamento do escoamento da parede, essa propensão ao descolamento leva o fluido a dirigir-se, devido à inércia, de encontro à parede exterior da curva, surgindo o escoamento secundário transversal ao escoamento principal já referido na revisão bibliográfica. Esta situação leva à formação de regiões de escoamento separado que reduzem a secção do escoamento principal.

O cálculo total da perda de carga de instalações é complementado com os coeficientes adimensionais de perdas localizadas, compensam as regiões das instalações que não se enquadram na expressão (3.3). As perdas locais são em geral dadas como uma razão entre a perda  $\Delta p/\rho g$  através do dispositivo e a altura da velocidade  $V^2/2g$  surgindo na forma da expressão (3.4).

$$K = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2}\rho V^2} \quad (3.4)$$

Em engenharia o método mais usado para contabilizar estas perdas é o método do comprimento equivalente. Este é um comprimento fictício com o valor do comprimento de conduta sem perturbação que causaria a mesma perda de carga que o elemento perturbador.

Neste cálculo são compensadas as regiões onde o escoamento não se dá de forma completamente desenvolvida, por exemplo, o fluido ao entrar na conduta necessita de percorrer uma distância até se desenvolver completamente. Em regime laminar pode ser usada a expressão (3.5), obtida considerando um perfil de entrada constante, pelo que aplicação desta expressão ao longo do trabalho foi sempre feita por excesso e apenas como indicação das dimensões a usar no domínio de cálculo.

$$\frac{L_{entrada}}{D} \cong 0,06 \times Re \quad (3.5)$$

Neste estudo são analisadas as perdas na curva para duas condições distintas.

A situação em que o projectista mede o comprimento de todos os troços incluído as curvas, inserindo-o posteriormente em (3.3) com  $f$  correspondente ao escoamento desenvolvido, contabilizando assim apenas o efeito da mudança de direcção e as diferenças entre o escoamento completamente desenvolvido e o escoamento real e quando o comprimento da curva não é medido e apenas se medem os troços rectilíneos.

A primeira análise refere-se ao que será de aqui em diante designado por  $K_{direcção}$ , enquanto o segundo caso corresponde ao  $K_{total}$ .

O procedimento para a obtenção destes coeficientes de perda localizada baseia-se na extrapolação para a curva a partir de regiões onde o escoamento se encontra completamente desenvolvido, na conduta de entrada a montante da curva e na conduta de saída a jusante, como explicado no capítulo 5.

Qualificando o escoamento, este processa-se em regime permanente (estacionário) e é considerado conservativo não havendo quaisquer acréscimos, perdas ou acumulações de massa entre a entrada e a saída da conduta.

O fluido no escoamento é classificado como newtoniano e incompressível, sendo assim desprezadas as variações de volume em resposta à acção de uma variação de pressão.

## 4 Equações Governativas

Muitos dos estudos actuais dedicados à dinâmica dos fluidos são realizados através de simulação computacional, CFD, sendo que a maior parte dos utilizadores utiliza códigos comerciais, “fechados” no que ao funcionamento diz respeito, pelo que é importante ter uma noção, ainda que vaga dos métodos que o código usa.

O código usado neste trabalho é o *Fluent*, que resolve as equações de *Navier-Stokes* (N.-S.) e da conservação da massa juntamente com as respectivas condições de fronteira adequadas ao problema em causa. Neste caso de simulação tridimensional são usadas quatro equações, correspondendo às três direcções possíveis da velocidade, e uma quarta que parte da lei da conservação da massa para fornecer o valor da pressão.

As equações de N.-S. baseiam-se na teoria do meio contínuo, frequentemente aplicada em áreas como a mecânica de fluidos e mecânica dos sólidos. Assume que as propriedades do fluido e do escoamento estão distribuídas pelo espaço, que cada ponto possui valores finitos para propriedades como a velocidade, temperatura, tensão e muitas outras, sem variações descontínuas. Equações que não são válidas quando há interfaces ligando duas regiões distintas dada a ausência de massa.

É a um elemento diferenciável do meio contínuo em estudo que é aplicada a segunda lei de Newton para se encontrarem as equações N.-S.

$$\bar{F} = m \cdot \bar{a} \quad (4.1)$$

Em que de igual forma se pode dizer que a taxa de variação da quantidade de movimento (massa multiplicada pela aceleração) de uma porção do fluido é igual à força nele aplicada.

Desenvolvendo para a forma diferencial da conservação da quantidade de movimento linear, usando uma notação de uma barra sobre os vectores e duas sobre os tensores, obtém-se:

$$\rho \frac{D\bar{u}}{Dt} = \bar{\nabla} \cdot \bar{\sigma} + \rho \bar{f}, \quad (4.2)$$

em que surge  $\rho$  no lugar da massa,  $\bar{u}$  o vector velocidade,  $\bar{\nabla} \equiv \frac{\partial}{\partial x_i}$  o operador divergente, a derivada substantiva é  $\frac{D}{Dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \cdot \bar{\nabla}$ ,  $\bar{\sigma}$  o tensor das tensões totais e  $\bar{f}$  uma qualquer força exterior. Decompondo o tensor das tensões nas componentes relativas à pressão e ao tensor extra  $\bar{\tau}$  fica:

$$\bar{\sigma} = -p\bar{\delta} + \bar{\tau} \quad (4.3)$$

Substituindo,

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \bar{\nabla} \bar{u} \right) = -\bar{\nabla} p + \bar{\nabla} \cdot \bar{\tau} + \rho \bar{f}, \quad (4.4)$$

em que o membro da esquerda refere-se à aceleração, composta pelo termo dependente do tempo e por efeitos convectivos não lineares. Os efeitos das tensões, definidas como força por unidade de área, estão representadas pelos gradientes de forças de superfície  $\bar{\nabla} p$  e  $\bar{\nabla} \cdot \bar{\tau}$ . O gradiente de pressão  $\bar{\nabla} p$  representa a parte isotrópica do tensor das tensões sempre presente mesmo em condições estáticas. A parte anisotrópica do tensor das tensões dada por  $\bar{\nabla} \cdot \bar{\tau}$  descreve as forças viscosas.

Para fluidos newtonianos o tensor extra apenas é composto pela componente viscosa, que é nula quando o fluido se encontra em repouso.

Para definir completamente o escoamento é necessário complementar as equações N.-S. que ditam estritamente a relação entre a variação da quantidade de movimento e as forças aplicadas externamente. O princípio da conservação da massa é geralmente usado, este pode ser traduzido como “A quantidade de matéria presente numa região material é constante.” Pelo que o campo de velocidade  $\bar{u}$  tem de verificar esse princípio.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \rho \bar{u} = 0 \quad (4.5)$$

Considerando o fluido como incompressível e desprezando qualquer efeito da temperatura.

$$\bar{\nabla} \cdot \bar{u} = 0 \quad (4.6)$$

É então possível apresentar as equações N.-S. válidas para um fluido Newtoniano com viscosidade constante.

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \bar{\nabla} \bar{u} \right) = -\bar{\nabla} p + \mu \Delta \bar{u} + \rho \bar{f} \quad (4.7)$$

Em que  $\Delta \equiv \bar{\nabla} \cdot \bar{\nabla} \equiv \bar{\nabla}^2$  é o Laplaciano do campo de velocidade.

Expandindo em coordenadas cartesianas:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) + \rho g_x \quad (4.8)$$

$$\rho \left( \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) + \rho g_y \quad (4.9)$$

$$\rho \left( \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) + \rho g_z \quad (4.10)$$

Dependendo  $g_x, g_y$  e  $g_z$  da orientação da gravidade com as coordenadas.



A equação da continuidade:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (4.11)$$

Em regime permanente a massa volúmica não varia com o tempo:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (4.12)$$

Em escoamento incompressível isotérmico a massa volúmica não varia ao longo do espaço:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.13)$$

Sendo este o sistema de quatro equações derivadas parciais não lineares usado, correspondendo  $u$ ,  $v$  e  $w$  às direcções da velocidade.

O sistema apresentado não pode ser solucionado de forma analítica para qualquer escoamento, pelo que, na realidade as equações para serem solucionadas numericamente são algebrizadas segundo uma metodologia de cálculo, sucintamente descrita no capítulo seguinte.

É então conveniente adimensionalizar as equações N.-S. por forma a obter soluções gerais apenas dependentes de  $Re$  e  $R_c$ , criando-se grandezas adimensionais representadas pela apóstrofe, recorrendo a uma velocidade  $U$  e à dimensão característica  $L$ :

$$\begin{aligned} \bar{u}' &\equiv \frac{\bar{u}}{U} & p' &\equiv \frac{p}{\rho U^2} \\ \bar{v}' &\equiv L \bar{v} & t' &\equiv t \frac{U}{L} & \bar{f}' &\equiv \frac{U^2}{L} f \end{aligned}$$

E substituídos em (4.7):

$$\rho \frac{\partial(U\bar{u}')}{\partial(\frac{L}{U}t')} + \rho U \bar{u}' \cdot \frac{\bar{v}'}{L} U u' = \frac{\bar{v}'}{L} (\rho U^2 p') + \mu \frac{\bar{v}'^2}{L^2} U \bar{u}' + \rho \frac{U^2}{L} \bar{f}' \quad (4.14)$$

Tendo  $\rho$  como constante e multiplicando ambos os membros por  $\frac{L}{\rho U^2}$  é obtida a equação pretendida.

$$\frac{\partial \bar{u}'}{\partial t'} + \bar{u}' \cdot \bar{v}' \bar{u}' = -\bar{v}' p' + \frac{1}{Re} \Delta' \bar{u}' + \bar{f}' \quad (4.15)$$

## 5 Método numérico

Apresenta-se de seguida uma abordagem à Mecânica de Fluidos Computacional, bem como uma breve descrição do método de cálculo utilizado.

É realizada a validação do método com quantificação da incerteza dos resultados obtidos.

São ainda explicados os processos realizados para a obtenção dos coeficientes de perda de carga.

Como referido, o código comercial usado para o cálculo foi o *Fluent*. Por múltiplas razões tornou-se necessário utilizar duas versões distintas, a 6.3 e a 12. Versões que diferem essencialmente na geração do domínio de cálculo. Todos os cálculos directamente relacionados com os resultados foram efectuados com a última versão do código, na versão 6.3 foi efectuada a aprendizagem e parte dos cálculos para a validação. No Anexo A.1 são explicados os motivos que levaram ao abandono da versão 6.3.

### Alguns aspectos do procedimento numérico de cálculo

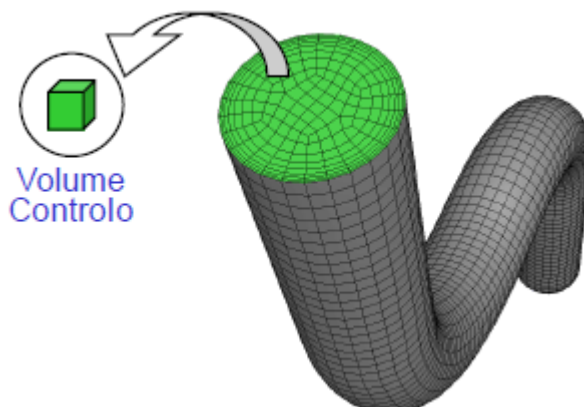
Os métodos numéricos na Mecânica de Fluidos são actualmente usados em desenvolvimento de projectos a nível profissional bem como no estudo de problemas académicos, a partir de modelos virtuais e aplicando as propriedades físicas e químicas envolvidas resolve numericamente equações governativas (conservação da massa, conservação de movimento, conservação da energia entre outras) prevendo o escoamento de fluidos ou transferência de calor ou massa, por exemplo.

Possuem vários aspectos positivos. Permitem observar comportamentos que através de modelos reais nem sempre seriam possíveis de estudar, fornecendo uma visão mais profunda dos casos em estudo. É um processo de antevisão, prevê o que acontece dado um leque de circunstâncias, permitindo rapidamente responder a questões do tipo “*E se?*” tão frequentes em engenharia evitando por vezes alteração de fundo ao modelo. São processos que permitem por vezes ciclos de desenho/projecto curtos tornando-se rápidos e económicos. Deixando no entanto sempre ao utilizador a responsabilidade de construir o modelo correcto, pois são quase sempre devolvidos valores, não se sabendo se estão correctos ou não. Não sendo um meio substituto dos métodos experimentais, pode ser visto como um meio suplementar, apoiado sempre nos conhecimentos teóricos.

São métodos que atravessam três fases após a identificação do problema a estudar, duas à parte do processamento, uma anterior e uma posterior.

Na fase de pré-processamento é necessário definir o domínio de cálculo para dar resposta ao problema a resolver. Seleccionado o domínio de cálculo parte-se para a

discretização num número finito de volumes de controlo elementares como na Figura 5.1, nos quais são calculadas as grandezas que caracterizam o escoamento (velocidade e pressão).



**Figura 5.1 – Discretização do domínio em volumes de controlo.**

No programa de cálculo são definidas as condições de fronteira físicas dos problemas e seleccionados os modelos a usar.

Transpostos esses dados para o código, as equações de continuidade e de movimento são resolvidas de forma iterativa até ser alcançada a convergência, isto é, quando as mudanças nas variáveis da solução são negligenciáveis (aspecto controlado pelos resíduos nas equações governativas).

### Breve descrição do método numérico

Como referido no capítulo anterior, as equações governativas diferenciais são transformadas em equações algébricas para se solucionarem numericamente. O método usado para esse efeito é o Método dos Volumes Finitos.

O método pode em traços gerais ser dividido em três passos.

Inicialmente é integrada sem qualquer aproximação uma equação de transporte genérica para um volume de controlo. Esta integração beneficia da aplicação do Teorema de *Gauss*, em que os integrais de volume divergentes são transformados em integrais de superfície da quantidade física a derivar e que relacionam o escoamento nas superfícies dos volumes com o que ocorre no interior deles.

Os restantes integrais, onde não é aplicável o Teorema de *Gauss*, são efectuados invocando aproximações simplificativas. O caso mais comum é assumir que em cada volume de controlo da malha as quantidades a integrar são constantes. Após esta integração surgem equações que contêm quantidades físicas no volume de controlo e nas suas faces. É agora necessário relacioná-las através de esquemas de interpolação adequados. Por fim, chega-se a um conjunto de equações algébricas que relacionam as grandezas físicas desejadas, neste caso, velocidade e pressão, que devem ser resolvidas numericamente.

O primeiro passo distingue este método de todos os outros usados em CFD. O método dos volumes finitos é conservativo, pois para cada célula computacional são mantidos os balanços, isto é, no caso da equação da massa, a equação algébrica resultante verifica em cada volume de controlo o balanço da massa, mesmo que a malha seja grosseira.

## Opções do cálculo numérico

Previamente ao início do cálculo, são definidas várias preferências de acordo com os objectivos pretendidos.

A simulação é realizada a 2D ou a 3D, sempre com o modo de dupla precisão activo, baseado na pressão, usando velocidades absolutas e em regime permanente. O modelo activo é apenas o viscoso.

É então definido o tipo de células que constituem a malha, ou melhor, o que elas representam, neste caso, um fluido.

No que diz respeito às condições de fronteira, o *Fluent* atribui automaticamente o interior e a parede. Deixando para o utilizador definir a entrada e a saída da conduta, entrada de velocidade e saída de pressão respectivamente.

Quanto ao método de solução, o algoritmo usado para resolver a equação da continuidade foi um esquema *SIMPLE*.

Aproveitando o facto de a malha ser estruturada e de estar alinhada com o sentido do escoamento, para a discretização dos termos convectivos foi usado um método *QUICK*, nos termos difusivos o método das diferenças centradas.

O procedimento normal (*STANDARD*) foi o método usado para a interpolação das pressões das faces dos volumes a partir das pressões nos centros dos volumes, como referido na descrição do método numérico.

Em relação aos monitores de convergência absoluta, é um parâmetro que vai variar como descrito na validação que se segue.

Definidos todos estes parâmetros, é iniciado o cálculo.

## Validação

O processo de validação é essencial em todos os estudos de CFD. Sendo necessário para averiguar se com as aproximações às equações fundamentais o código converge para soluções fisicamente correctas. É útil também estudar a influência de vários parâmetros nas soluções devolvidas.

A validação consiste na análise do escoamento numa conduta rectilínea em tudo semelhante à conduta com a curva, exceptuando a mudança de direcção.

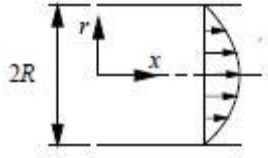
A primeira abordagem ao código de cálculo numérico em causa foi feita estudando o escoamento entre duas placas paralelas, a geometria simples e a solução analítica bem definida foram as razões para a escolha.

As soluções analíticas para os dois casos (placas e conduta) são bastante similares. É de seguida demonstrada a solução analítica para conduta de secção rectilínea dada a maior proximidade com a geometria em estudo, sendo qualquer particularidade das placas paralelas referida aquando da apresentação dos resultados para a mesma.

**Solução analítica conduta secção circular**

Para a geometria mostrada na Figura 5.2 a equação governativa para o escoamento completamente desenvolvido é a seguinte:

$$\frac{\mu}{\tau} \frac{d}{dr} \left( r \frac{du}{dr} \right) - \frac{dp}{dx} = 0, \quad (5.1)$$



**Figura 5.2 – Escoamento interno.**

em que  $u$  é a componente axial da velocidade,  $\mu$  a viscosidade dinâmica  $p$  a pressão e  $\tau$  a tensão de corte.

Tendo em conta as condições de simetria no plano  $r=0$  e de não escorregamento na parede,

$$\left. \frac{du}{dr} \right|_{r=0} = 0 \quad (5.2)$$

$$u(R) = 0 \quad (5.3)$$

A solução exacta sujeita às condições de fronteira é a seguinte:

$$u(r) = \frac{R^2}{4\mu} \left( -\frac{\partial p}{\partial x} \right) \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (5.4)$$

Verificando-se a velocidade máxima no eixo da conduta, correspondendo a  $r=0$ .

$$u_{m\acute{a}xima} = \frac{R^2}{4\mu} \left( -\frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (5.5)$$

Considerando o escoamento no sentido positivo de  $x$ , e  $\frac{dp}{dx} < 0$  fica:

$$u(r) = u_{m\acute{a}xima} \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (5.6)$$

A velocidade média resulta da integração do perfil de velocidades,

$$\begin{aligned}
 u_{média} &= \frac{1}{A} \int_A u dA = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R u 2\pi r dr \\
 &= \frac{u_{máxima}}{R^2} \int_0^R \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] r dr \\
 &= \frac{u_{máxima}}{2}
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

e a tensão de corte na parede da conduta é dada por:

$$\tau_w = \mu \left| \left( \frac{du}{dr} \right)_{r=R} \right| \tag{5.8}$$

Em que o módulo surge devido à tensão de corte se verificar no sentido oposto ao escoamento, substituindo (5.6) em (5.8) obtemos:

$$\tau_w = \mu \left| - \left( \frac{2u_{máxima}}{R} \right)_{r=R} \right| = \frac{4\mu u_{média}}{R} \tag{5.9}$$

Substituindo (5.8) em (5.9) é obtido o factor de fricção.

$$f = \frac{32\mu}{\rho u_{média} R} = \frac{64}{Re} \tag{5.10}$$

**Placas paralelas**

O estudo nas placas paralelas foi feito para  $Re=10$ , as dimensões do domínio de cálculo estão na Figura 5.3.



**Figura 5.3 – Geometria do escoamento entre placas paralelas.**

A secção transversal do canal formado pelas duas placas não é circular, pelo que é através do diâmetro hidráulico que é determinado o número de *Reynolds*.

$$D_h = 2H = 0,04 \text{ [m]} \quad (5.11)$$

$$Re_h = \frac{\rho V D_h}{\mu} = 20 \quad (5.12)$$

Pelo que  $f$  para esta geometria vem dado por:

$$f_l = \frac{96}{Re_h} = 4,8 \quad (5.13)$$

Rearranjando a equação 3.1:

$$\frac{h_p}{L} = f \frac{V^2}{D_h^2 g} = 0,00015291$$

$$\frac{dp}{dl} = \frac{h_p}{L} \rho g = 1,5 \quad (5.14)$$

A velocidade de entrada do fluido na conduta é:

$$V = \frac{Re \times \mu}{\rho \times H} = 0,005 \text{ [m/s]}$$

$$L_{entrada} \cong 0,06 \times Re \times H \cong 0,012 \text{ [m]}$$

A estimativa para o desenvolvimento do comprimento de entrada foi multiplicada por dez para o comprimento total da conduta.

Foram criadas três malhas consistentemente refinadas usando o gerador de malha para o *Fluent 6*, o *Gambit*. O número de volumes de controlo em cada face do domínio de cálculo e as dimensões mínimas dos elementos de controlo em cada direcção ( $\Delta$ ) que definem o nível

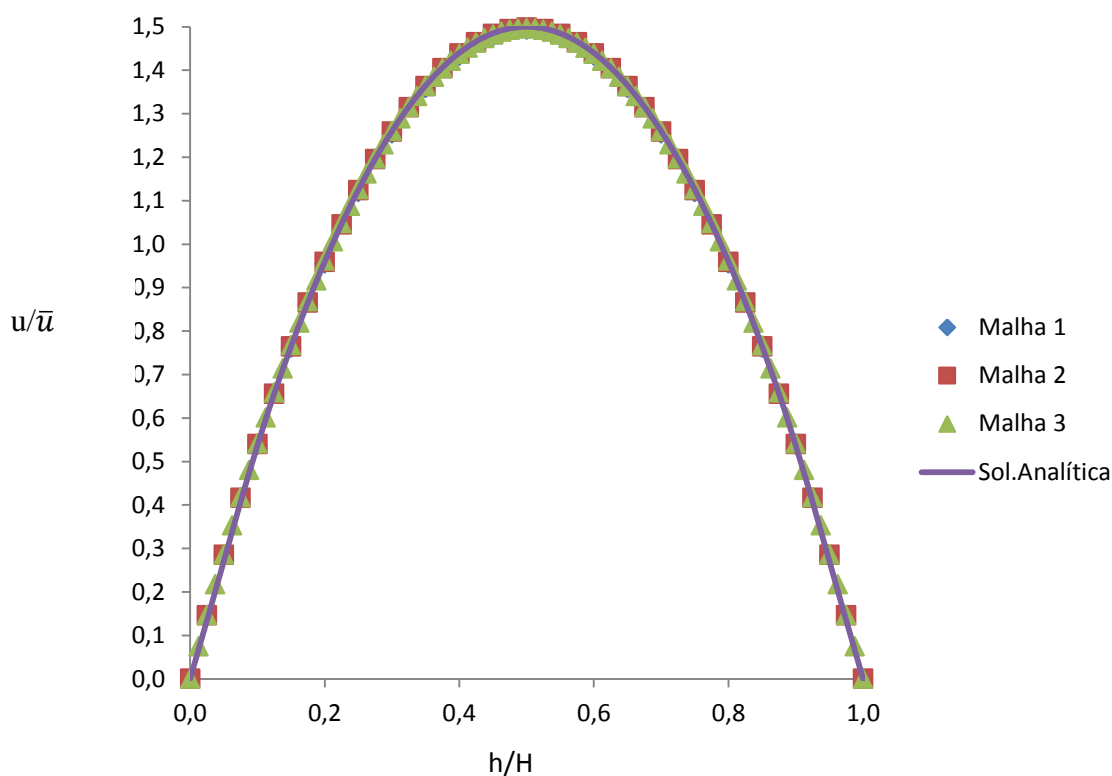
de refinamento de cada malha encontram-se na Tabela 5.1. Para a adimensionalização foram usados  $H$  e  $L$  para o respectivo  $\Delta$ .

**Tabela 5.1 – Número de nós em cada face e espaçamentos mínimos das malhas criadas.**

	Nº nós segundo $H$	Nº nós segundo $L$	$\Delta H$	$\Delta L$
Malha 1	20	40	0,05	0,025
Malha 2	40	80	0,025	0,0125
Malha 3	80	160	0,0125	0,00625

De seguida a Figura 5.4 apresenta a comparação entre os perfis calculados para o escoamento completamente desenvolvido e a solução analítica.

Todos os perfis foram adimensionalizados, usando para tal a velocidade média e a distância entre placas.



**Figura 5.4 - Perfis para escoamento desenvolvido.**

Para cada malha foi determinada a queda de pressão numa secção longitudinal com o escoamento completamente desenvolvido. Adoptando a essa variação uma linha de regressão linear em que o declive devolve a queda de pressão.

Essa queda de pressão é então usada para o cálculo do coeficiente de pressão  $f$ .

$$f = \frac{8}{\rho u_{média}^2} \frac{dp}{dx} h \quad (5.15)$$



Foi também feito o cálculo através da tensão de corte, analisando o seu valor ao longo de toda a parede e calculando a média numa zona de escoamento desenvolvido.

$$f = \frac{4\tau_w}{\rho u_{média}^2} \quad (5.16)$$

Os valores obtidos e os erros relativos ao valor teórico encontram-se na Tabela 5.2.

**Tabela 5.2 – Valores e erros relativos ao valor teórico obtidos para  $f$ .**

	f teórico	cálculo por $dp/dl$		cálculo por $\tau$	
		$f$	erro relativo [%]	$f$	erro relativo [%]
<b>Malha 1</b>	4,8	4,78743	-0,515	4,77579	-0,504
<b>Malha 2</b>		4,79475	-0,263	4,79370	-0,131
<b>Malha 3</b>		4,79655	-0,0926	4,79818	-0,0379

Os resultados comprovam a superioridade da Malha 3. O erro relativo presente no cálculo pela tensão de corte chega a ser inferior ao presente no cálculo pela queda de pressão, sendo também mais perceptível a variação de ordem 2 do erro com o refinamento da malha, é no entanto um cálculo mais pesado em termos numéricos pois com malhas com grande número de volumes devolve quantidades consideráveis de valores, bem como são desconhecidos os métodos e a extrapolação que o código usa para devolver o valor da tensão de corte na superfície da parede.

**Conduta rectilínea de secção circular**

O estudo de validação para esta geometria foi efectuado em ambas as versões do *Fluent*. Os resultados e os próprios métodos do estudo no *Fluent 6* forneceram informações importantes para o trabalho que viria a ser realizado no *Fluent 12* no momento em que foi feita a permuta de código.

São então calculados dois parâmetros importantes referentes ao perfil analítico, as velocidades máxima e média, calculando o caudal e a evolução da pressão.

$$Q = A \times v = (\pi \times R^2) \times v = 1,5708E - 6 \left[ \frac{m^3}{s} \right]$$

$$\frac{\Delta p}{L} = \frac{8\mu Q}{\pi R^4} = 4$$

$$v_{m\acute{a}xima} = \frac{\Delta p}{L} \times \frac{R^2}{4\mu} = 0,01 [m/s]$$

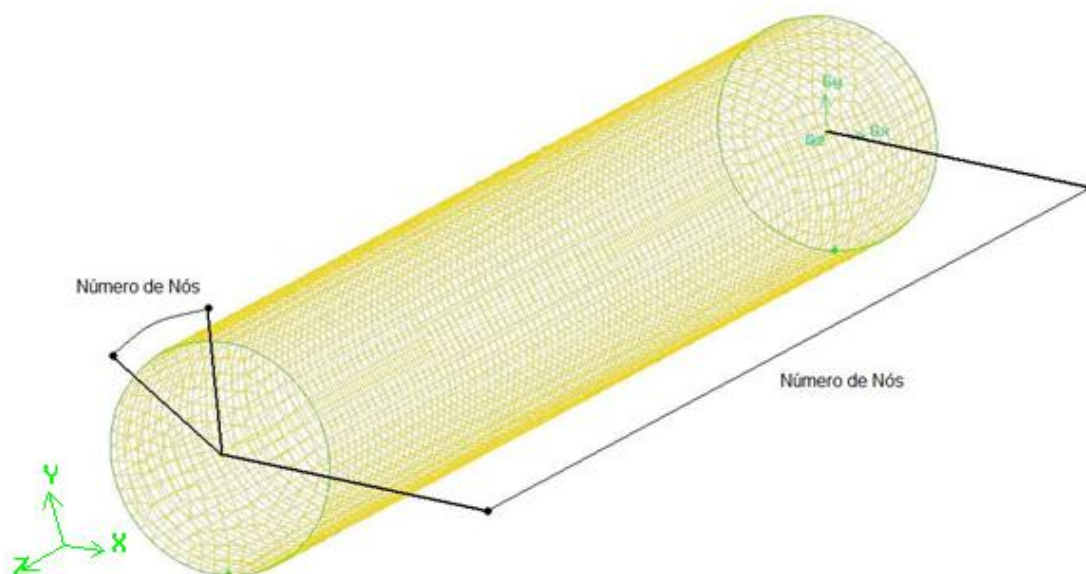
$$v_{m\acute{e}dia} = \frac{\Delta p}{L} \times \frac{1}{4\mu} \times R^2 = 0,005 [m/s]$$

**Fluent 6**

Foram feitas no *Gambit* várias malhas, progressivamente e consistentemente mais finas. Para cada uma foi traçado o perfil de velocidades para o escoamento completamente desenvolvido e novamente calculado o  $f$  através da queda de pressão e da tensão de corte.

Neste estudo inicial no *Fluent 6.3* foi também analisada a influência do resíduo de convergência nos resultados obtidos.

A execução de malhas a três dimensões no *Gambit*, é algo limitada. O método escolhido foi o número de intervalos (*interval count*), ao escolher esse número de intervalos, o *Gambit* distribui-o automaticamente nas faces do cilindro e longitudinalmente, como a figura seguinte demonstra. A denominação das malhas é feita de acordo com o número de nós escolhido, por exemplo, a malha da figura foi criada escolhendo 100 nós, é então denominada M100.



**Figura 5.5 - Definição da malha no *Gambit*.**

Na Tabela 5.3 são apresentadas as dimensões da condua.

**Tabela 5.3 – Dimensões da condua para  $Re=10$ .**

$D$ [m]	0,02
$L$ [m]	0,12

As malhas realizadas no *Gambit* úteis para a validação foram as malhas M100, M125, M150. De mencionar que foram testadas malhas menos refinadas mas os resultados revelaram-se fracos.

A Tabela 5.4 mostra os incrementos mínimos no domínio de cálculo para cada uma das malhas, referenciados com o símbolo  $\Delta$ . Foi feito uma contagem aproximada dos volumes de controlo nas direcções  $y$  e  $z$  segundo o referencial da Figura 5.4., sendo uma aproximação permite no entanto a comparação entre as malhas. Os valores são adimensionalizados com o diâmetro da condua para  $\Delta y$  e com o comprimento da mesma para  $\Delta z$ .

**Tabela 5.4 – Incrementos mínimos dos volumes de controlo das malhas geradas no *Gambit***

	$\Delta y$	$\Delta z$
M100	0,0667	0,0100
M150	0,0526	0,0080
M200	0,0400	0,0067

Tal como no escoamento entre placas paralelas, o factor de fricção é calculado ajustando uma regressão linear, neste caso, a uma linha no centro da conduta desde a entrada até à saída. O cálculo foi realizado para todas as malhas variando o resíduo de convergência de 10E-5 a 10E-8. Apenas são apresentados os resultados obtidos com os resíduos de 10E-7 e 10E-8 pois são estes os mais precisos que foram obtidos, para os valores de resíduos superiores mesmo para as malhas mais densas os erros eram bastante superiores aos que se apresentam.

A quantidade de valores extraída do *Fluent* é bastante considerável, apresentando-se apenas na Tabela 5.5 os resultados obtidos.

**Tabela 5.5 – Valores de  $f$  calculados por  $dp/dz$ , erros relativos ao valor teórico de 6,4 para cada malha e resíduos de convergência.**

	Residual 10E-7			Residual 10E-8		
	M100	M125	M150	M100	M125	M150
Valor calculado	6,3919	6,3982	6,4005	6,3919	6,3983	6,4006
Erro relativo	-0,1252	-0,0280	0,00971	-0,1250	-0,0275	0,00853

Notando-se uma evolução favorável dos valores com a diminuição do resíduo e com o aumento do número de volumes de controlo.

O cálculo do coeficiente de fricção através da tensão de corte, envolve uma quantidade de valores ainda superior, devido ao facto da conduta ser tridimensional. O processo usado foi procurar uma cota axial de escoamento desenvolvido e tirar a média da tensão de corte nessa cota originando os resultados da Tabela 5.6.

**Tabela 5.6 - Valores de  $f$  calculados por  $\tau$ , erros relativos ao valor teórico de 6,4 para cada malha e resíduos de convergência.**

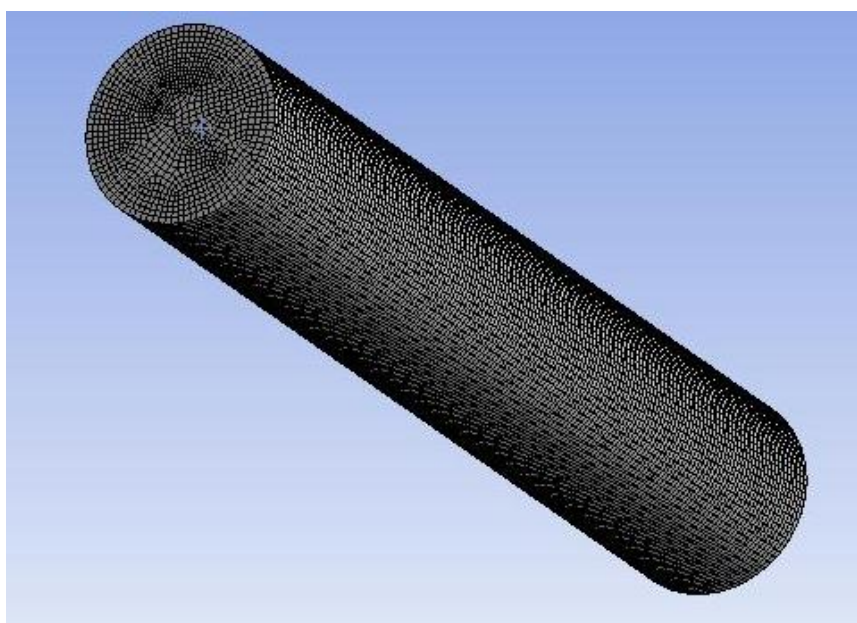
	Residual 10E-7			Residual 10E-8		
	M100	M125	M150	M100	M125	M150
Valor calculado	6,3852	6,3924	6,3964	6,3853	6,3925	6,3965
Erro relativo	0,2307	0,1185	-0,0562	-0,2303	0,1177	0,0555

Neste caso tridimensional, o erro cometido usando a tensão de corte é em geral superior àquele a que se está sujeito calculando  $f$  pela queda de pressão, o facto da superfície de contacto ser curva poderá dificultar a extrapolação para o valor da tensão de corte.

Por este motivo, todos os cálculos realizados para a obtenção dos coeficientes de perda de carga são realizados tendo por base  $dp/dz$ .

**Fluent 12**

No *Fluent 12*, o método de elaboração da malha é distinto, mais elaborado, dando a possibilidade de escolha entre vários métodos. Para o tipo de geometria em estudo, o método mais adequado é o Varrimento, utilizando elementos tridimensionais com faces retangulares e triangulares. Adicionalmente foi aplicado um dimensionamento das faces. A estratégia seguida foi definir à partida o tamanho dos elementos constituintes da malha, solução mais vantajosa que escolher o número de elementos pois aumentando ou reduzindo a dimensão do modelo não é necessário proceder a nenhuma modificação. A malha obtida encontra-se na Figura 5.6.



**Figura 5.6 - Aspecto da malha gerada no *Fluent 12*.**

Um dos parâmetros de referência na avaliação da qualidade das malhas é a assimetria da malha (*Skewness*) um valor calculado pelo código que expressa a relação entre o volume de controlo com maior alongamento e aqueles com dimensões mais próximas ao volume de referência. Deve tomar os menores valores possíveis, não devendo nunca ultrapassar 0,95. Os valores de *Skewness* para a malha gerada no *Fluent 12* e utilizada nos cálculos (MF12) são os contidos na Tabela 5.7.

**Tabela 5.7 - Valores da assimetria para a malha da validação em conduta a  $Re=10$ .**

<i>Skewness</i>	
Mínimo	0,0099
Máximo	0,624
Média	0,12

Não sendo valores de referência podem ser considerados como bons, diminuir para valores melhores acarretaria complicações a nível de cálculo, principalmente a demora do mesmo.

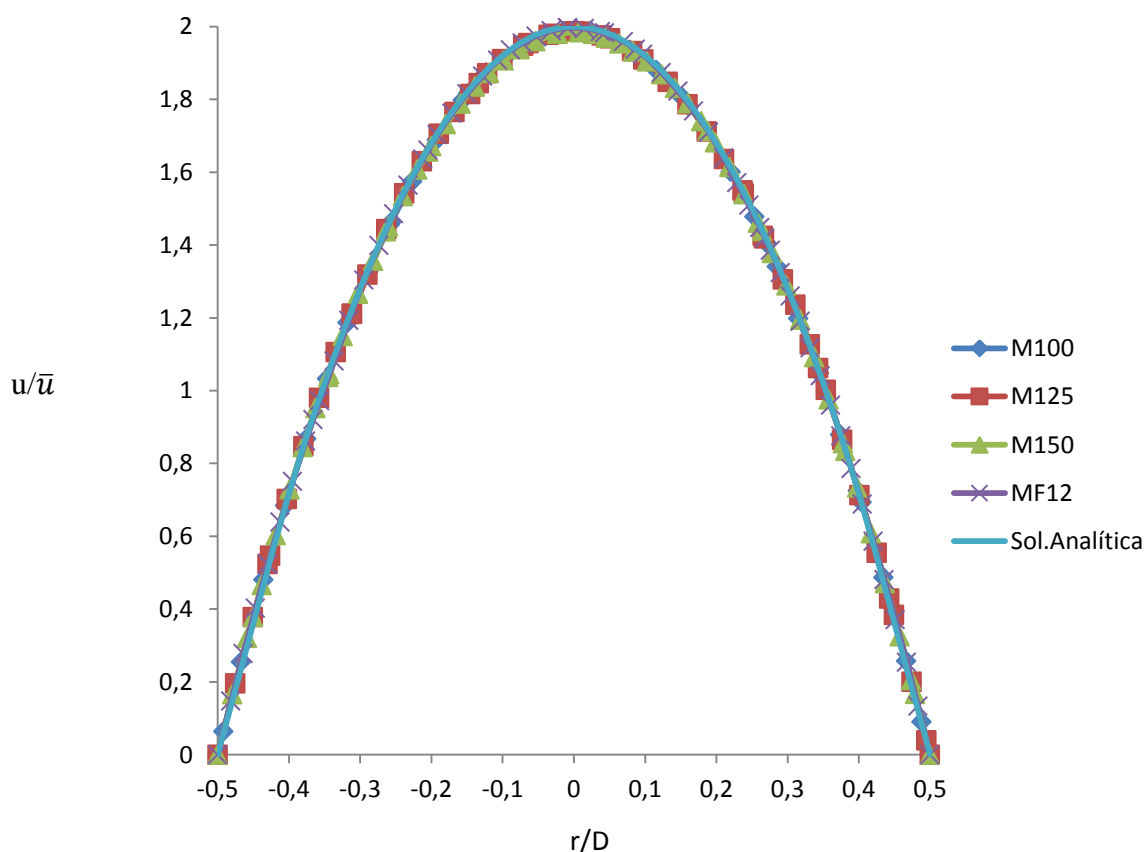
Para esta malha ser comparável com as malhas geradas no *Gambit* são apresentados na Tabela 5.8 os valores de  $\Delta y$  e  $\Delta z$  adimensionalizados com o mesmo critério.

**Tabela 5.8 - Incrementos mínimos dos volumes de controlo da malha gerada para o *Fluent 12*.**

	$\Delta y$	$\Delta z$
MF12	0,0588	0,0058

Revelando que possui características semelhantes às malhas M125 e M150, como pretendido de forma a garantir proximidade com os baixos erros das mesmas.

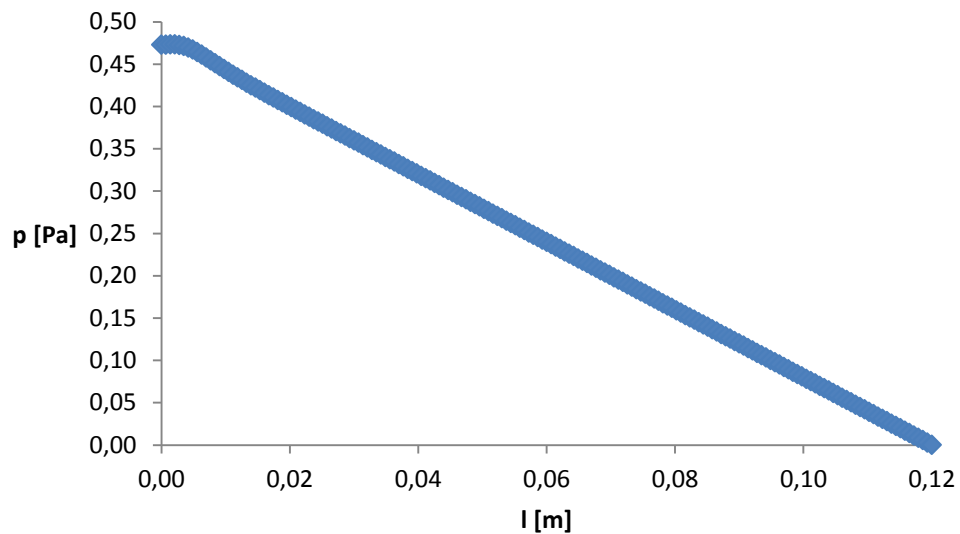
A Figura 5.7 mostra a proximidade existente entre o perfil teórico e as curvas geradas obtidas com as malhas em estudo.



**Figura 5.7 - Perfis calculados e perfil teórico.**

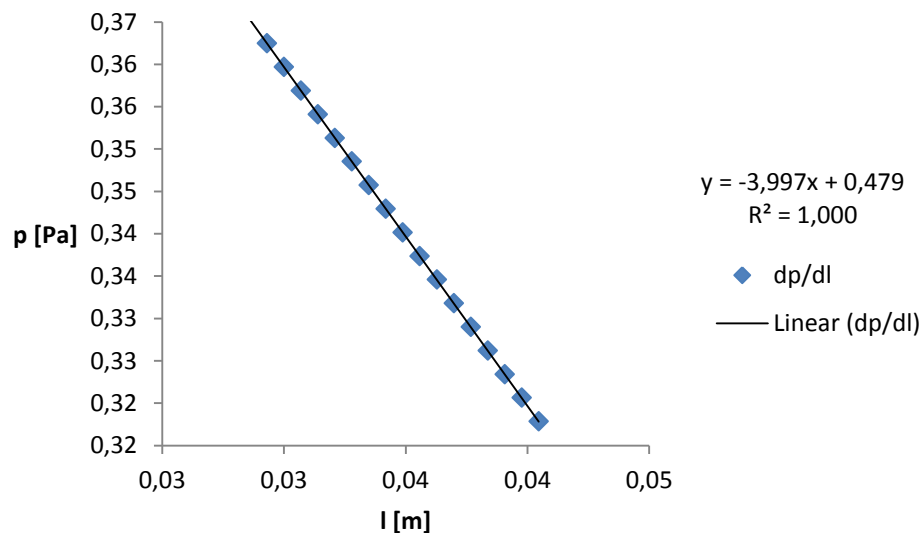
O método usado para o cálculo do coeficiente de fricção foi o mesmo que anteriormente, e que será agora demonstrado pois é de superior interesse visto ser a malha usada para os cálculos da curva.

A Figura 5.8 exemplifica a evolução longitudinal da pressão no centro da conduta desde a entrada até à saída.



**Figura 5.8 – Variação longitudinal da pressão na conduta para  $Re=10$ .**

Após o escoamento estar completamente desenvolvido é então ajustada uma regressão linear a uma secção onde o coeficiente de determinação  $R^2$  (usado para avaliar a qualidade do ajuste) seja 1, o declive da recta corresponde à queda de pressão, Figura 5.9.



**Figura 5.9 - Regressão linear à queda de pressão em regime completamente desenvolvido para  $Re=10$ .**

$$\frac{dp}{dz} = -3,997$$

Calculando-se o valor de  $f$ .

$$f = \frac{4(dp/dz)\mu}{\rho \times V^2} = 6,396$$

Comparando com o valor teórico de 6,4 o erro relativo é de -0,05908 %.

Com o decorrer dos cálculos verificaram-se algumas variações dos erros, maioritariamente para valores menores que o apresentado, podendo portanto ser visto como uma medida do erro máximo.

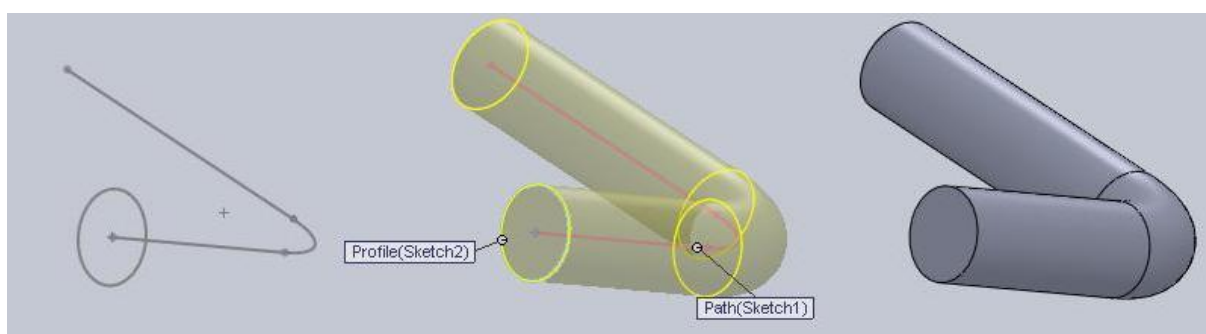
Em relação às malhas anteriormente feitas no *Gambit*, acaba por ter um erro superior podendo no entanto ser considerado como aceitável.

Conclui-se com este processo, que os cálculos serão realizados com o resíduo de 10E-8, pois embora conduza a um tempo de cálculo superior, alcança de facto valores mais precisos.

### Domínio de cálculo e geração da malha na condua com curvatura

Como referido, houve a necessidade de usar dois geradores de malha distintos, apresentam-se de seguida os métodos usados para a obtenção das malhas usadas na determinação das perdas de carga nas conduas com curvatura, no *Fluent* 12, acessível apenas através da rede da FEUP.

Após a fusão entre a *Ansys* e a *Fluent*, deixou de ser necessário construir a malha separadamente no *Gambit*, suplantando assim as incongruências na geração da curva com as conduas longas descritas no Anexo A.1. A modelação pôde ser feita utilizando o *SolidWorks* 2009 usando um método idêntico ao usado no *Gambit* mas independente do comprimento da condua, sequencialmente mostrado na Figura 5.10.



**Figura 5.10 – Geração do volume no *SolidWorks* 2009.**

No novo gerador de malha, após definido o domínio de cálculo a malha é gerada consoante o método descrito aquando da validação na condua.



### Procedimento para a obtenção dos coeficientes de perda de carga

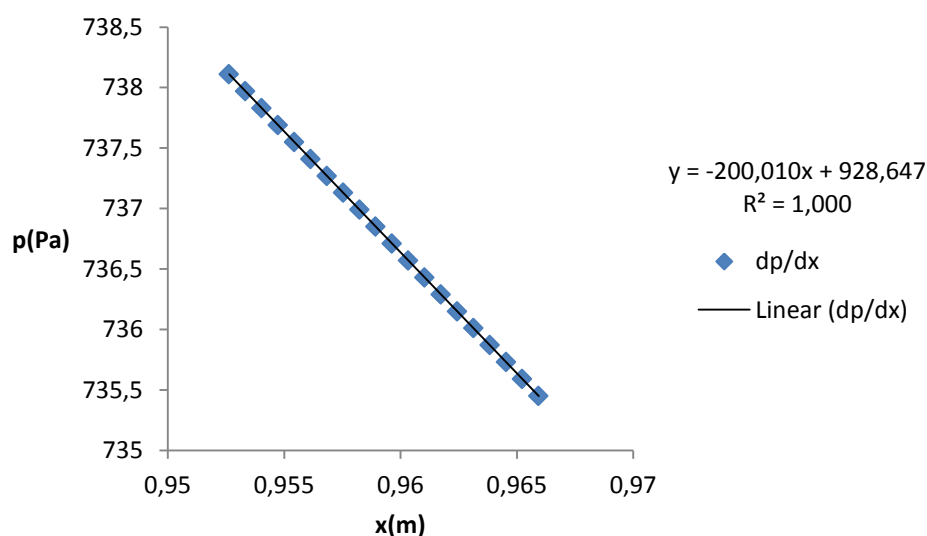
Após o cálculo convergir, é efectuado o pós-processamento.

Para obter a variação da pressão ao longo do domínio de cálculo é extraída a variação da pressão ao longo da conduta de entrada e de saída.

Para cada conduta é ajustada uma regressão linear com as mesmas condições que as descritas na validação para a conduta rectilínea.

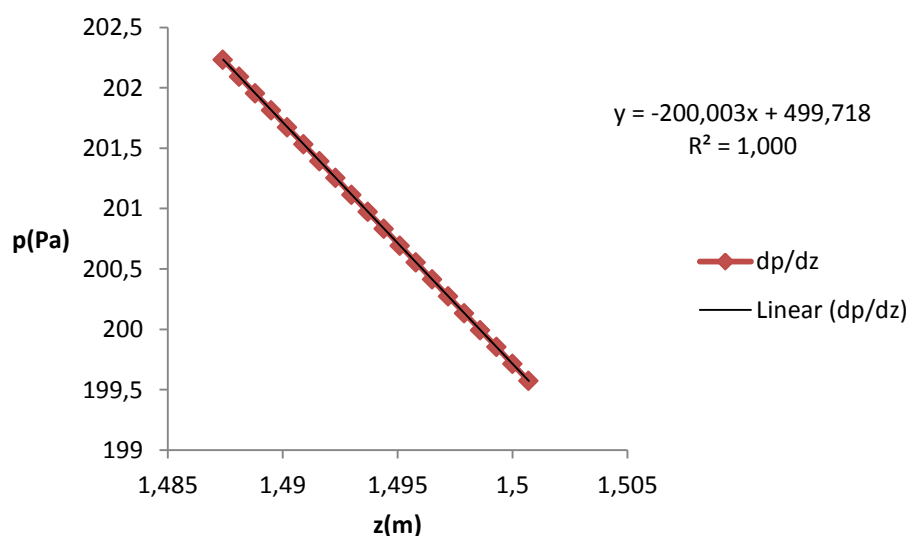
O caso que serve de exemplo para a demonstração é uma razão  $R_c/D=25$  e  $Re=500$ . Para este escoamento o  $dp/dz$  teórico é 200 e  $f=0,128$ .

A Figura 5.11 ilustra o ajuste para a variação de  $p$  na conduta de entrada.



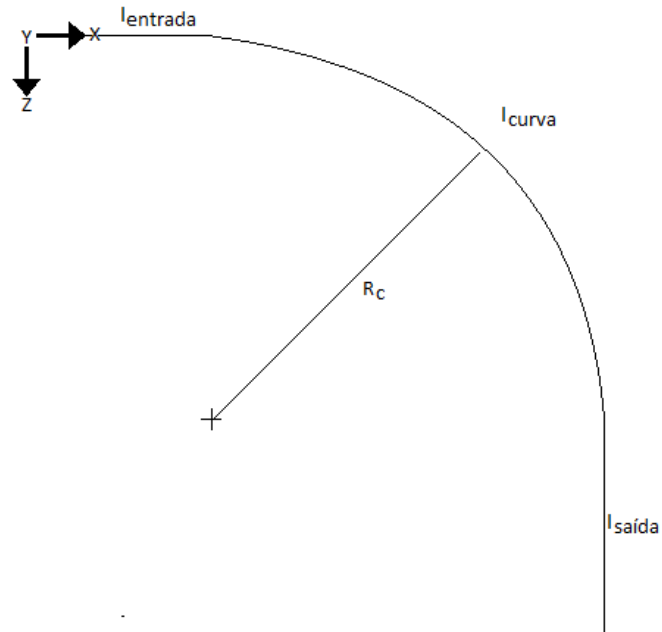
**Figura 5.11 – Queda de pressão na conduta de entrada.**

Enquanto que a Figura 5.12 mostra o ajuste feito a jusante da curva.



**Figura 5.12 - Queda de pressão na conduta de saída.**

A Figura 5.13 representa o sistema de coordenadas usado para o domínio de cálculo.



**Figura 5.13 – Sistema de coordenadas do domínio de cálculo.**

Tendo como base o referencial referido foi criada uma variável  $s$  (linha de escoamento) para descrever todo o comprimento da condua.

Ao longo da condua de entrada ela toma os valores das coordenadas em  $x$ :

$$s = x \quad (5.17a)$$

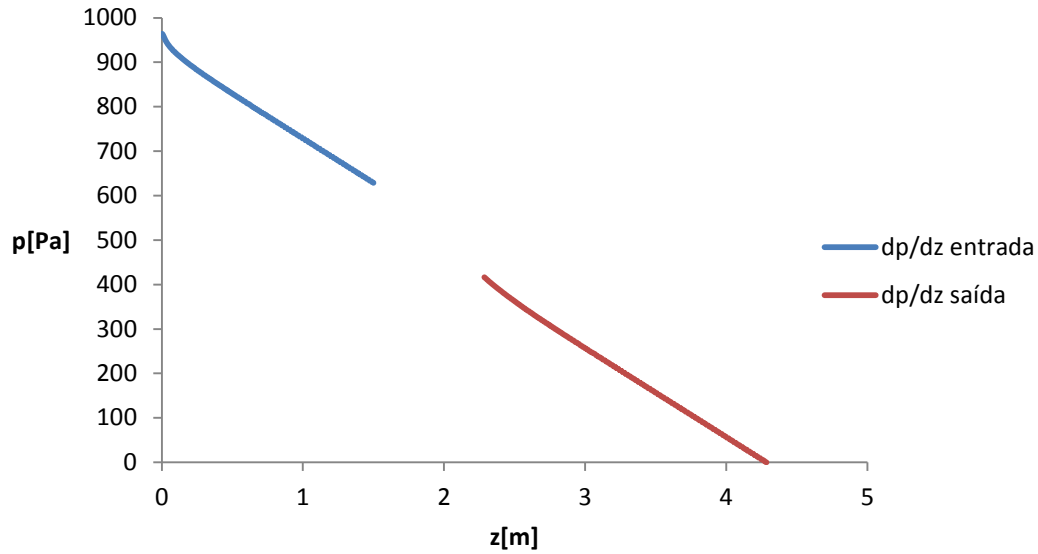
Percorrendo a curva é adicionado o comprimento do arco como descrito na equação (5.17b), na qual  $\alpha$  é o ângulo que varia entre 0 e  $\frac{\pi}{2}$ .

$$s = l_{entrada} + R_c \times \alpha \quad (5.17b)$$

Completando o domínio de cálculo é somado o comprimento da condua de saída segundo  $z$ :

$$s = l_{entrada} + R_c \times \frac{\pi}{2} + x \quad (5.17c)$$

Na variável  $s$  foram aplicadas as variações de pressão nos troços rectilíneos obtendo-se a Figura 5.14.



**Figura 5.14 - Queda de pressão na condua.**

São tomadas duas considerações para a perda de carga, correspondendo às duas condições distintas abordadas no Capítulo 3.

Para a determinação do  $K_{total}$ , é efectuada uma extrapolação das regiões de escoamento completamente desenvolvido na condua de entrada para o início da curva, enquanto que o escoamento desenvolvido da condua de saída é extrapolado para a saída da curva.

A coordenada do início da curva é dada pelo valor do  $l_{entrada}$ . A de fim da curva é calculada por  $l_{entrada} + l_{curva}$ . Sendo  $l_{curva}$  calculado por  $\frac{\pi \times R_c}{2}$ .

As coordenadas são então substituídas nas duas regressões lineares.

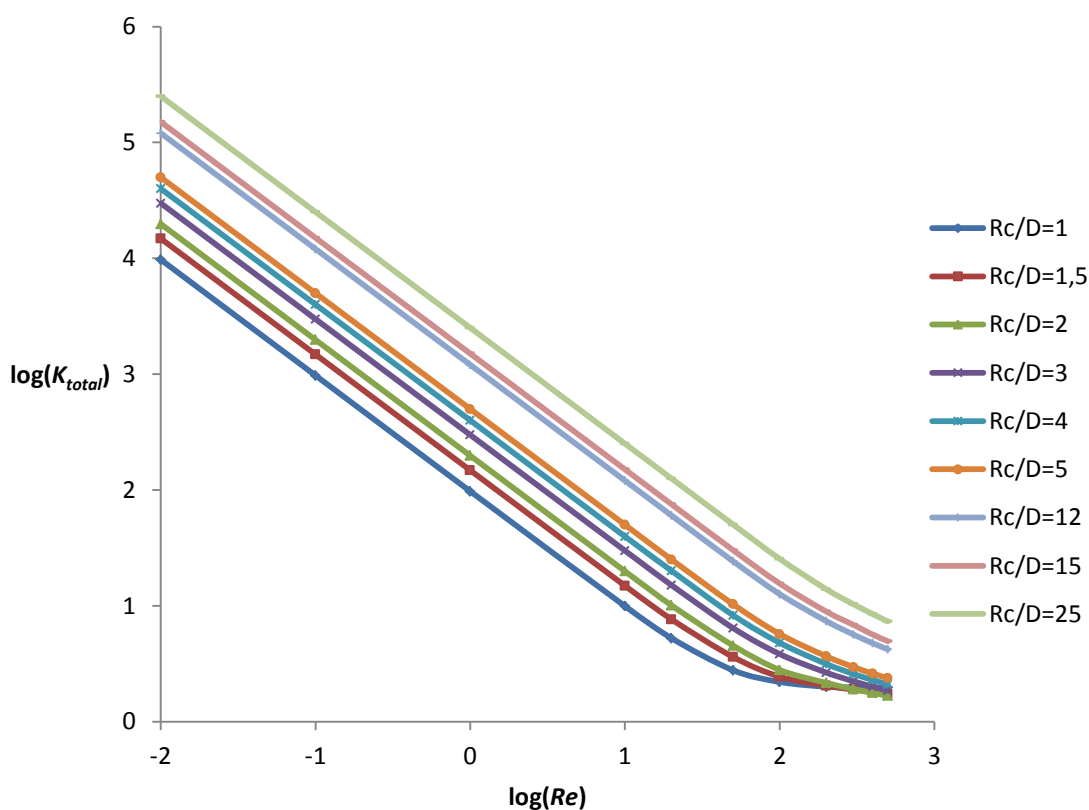
A diferença entre os dois valores representa a diferença de pressão ( $\Delta p$ ), pelo que para calcular  $K$  basta é aplicada a expressão (3.4) aqui recordada:

$$K = \frac{\Delta p}{\frac{1}{2} \rho V^2}$$

Para o  $K_{direcção}$  a extrapolação é feita para um ponto comum, o centro da curva, de coordenada  $l_{entrada} + \frac{\pi \times R_c}{4}$ , sendo obtida de igual forma a diferença de pressão.

## 6 Resultados e Discussão

Na Figura 6.1 é possível visualizar em escala logarítmica a evolução dos valores de  $K_{total}$  para as diversas razões entre o raio de curvatura e o diâmetro da conduta, com  $Re$  a variar entre 0,01 e 500.

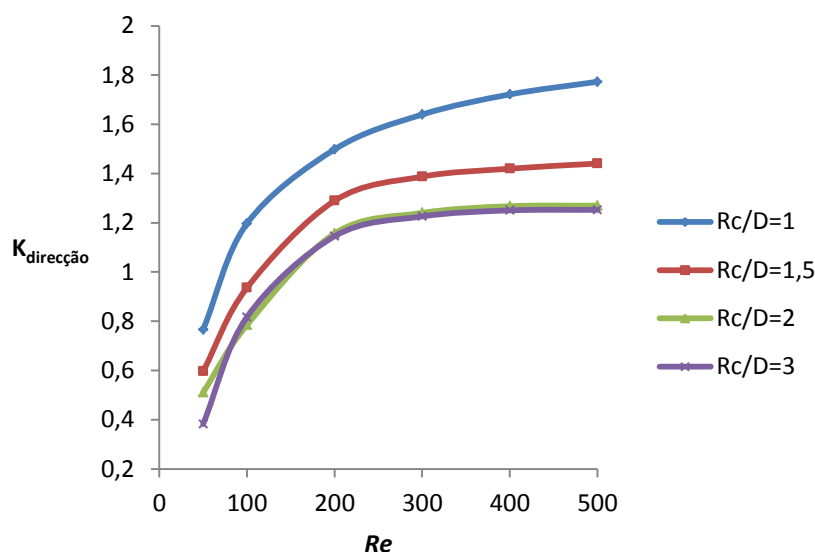


**Figura 6.1 -  $K_{total}$  em função de  $Re$ ,  $D$  e  $Rc$ .**

Verificando-se no domínio viscoso um decréscimo linear, ocorrendo uma mudança na evolução dos valores aproximadamente para  $\log(Re)$  entre 1,5 e 2, isto é, entre  $Re=50$  e  $Re=100$ .

Relativamente ao  $K_{direcção}$  são apresentadas duas figuras pois verificaram-se dois comportamentos distintos. De notar que são apenas apresentados os valores de  $K_{direcção}$  a partir dos quais este é positivo. Para valores de  $Re$  até 50, no cálculo da influência da mudança de direcção a perda de pressão é aproximadamente zero, originando valores de  $K$  negativos.

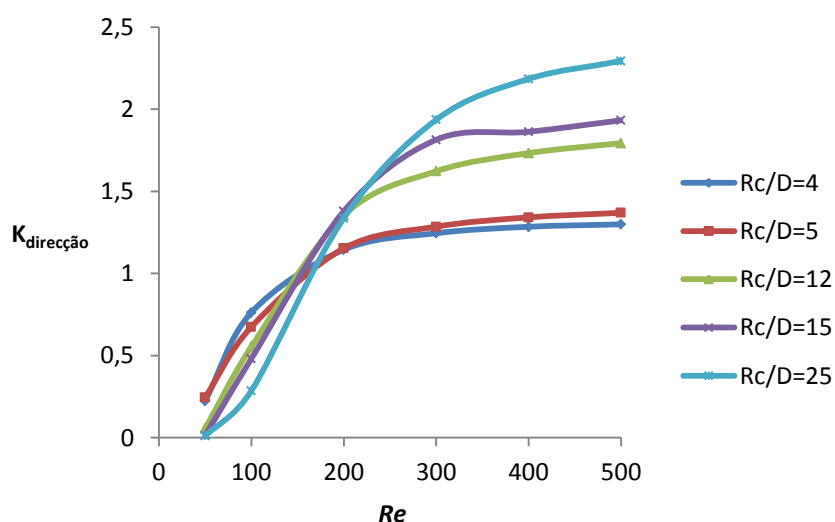
A Figura 6.2 contém os valores obtidos para  $K_{direcção}$  para razões de  $R_c/D$  até 3 e valores de  $Re$  entre 50 e 500.



**Figura 6.2 -  $K_{direcção}$  em função de  $Re$  e  $R_c/D$  entre 1 e 3.**

O aumento da velocidade do escoamento conduz ao aumento da perda de carga provocada pela mudança de direcção, é também notória a diminuição dessa mesma perda com o aumento do raio de giração.

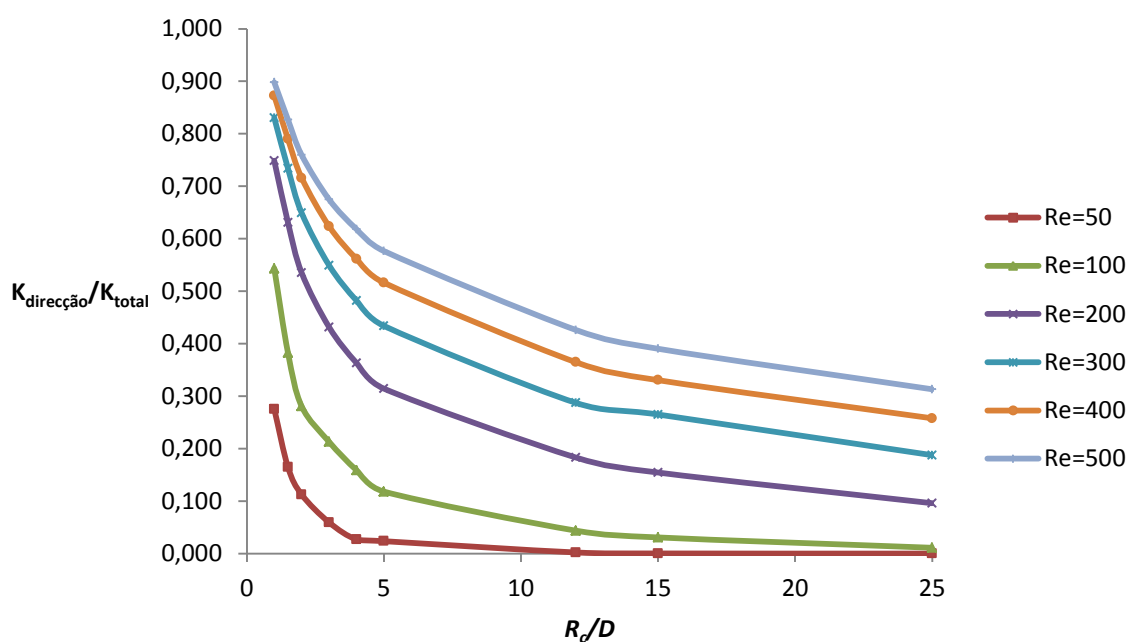
Na Figura 6.3 encontram-se os valores obtidos com  $R_c/D$  até 25.



**Figura 6.3 -  $K_{direcção}$  em função de  $Re$  e  $R_c/D$  entre 4 e 25.**

Para estes valores de  $R_c/D$  é mantido o aumento de  $K_{direcção}$  com  $Re$ , no entanto o aumento de  $R_c$  provoca um aumento de  $K_{direcção}$ .

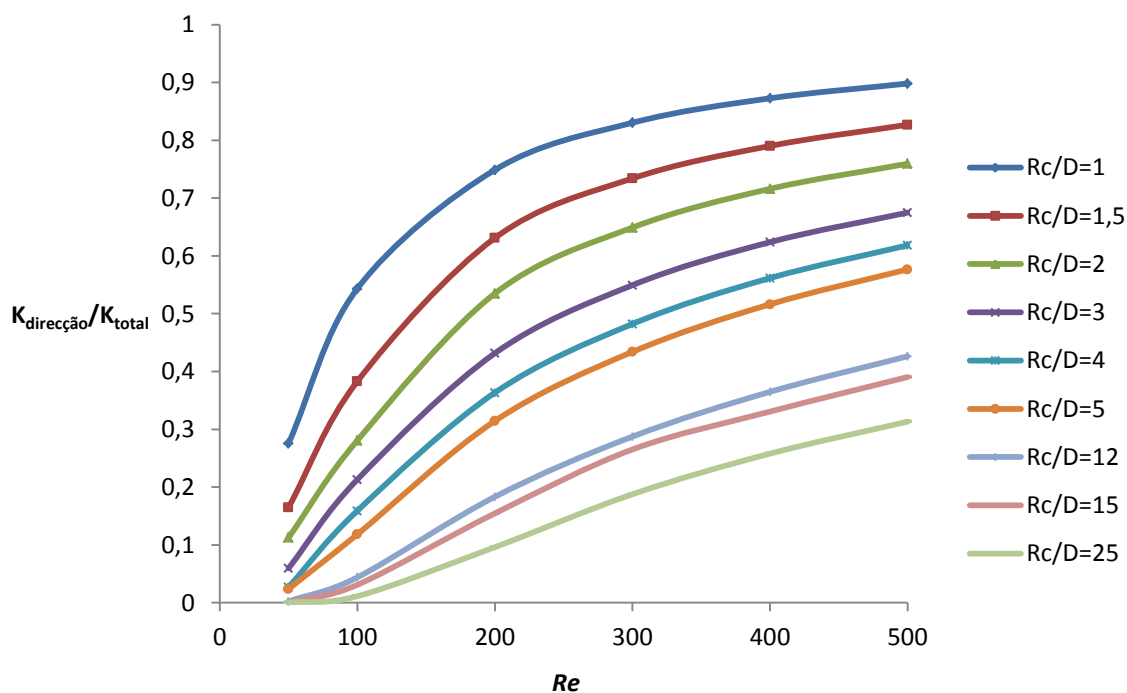
A Figura seguinte mostra a variação do rácio  $K_{direcção}/K_{total}$  com  $R_c/D$  para valores de  $Re$  superiores a 50.



**Figura 6.4 –  $K_{direção}/K_{total}$  em função de  $R_c/D$  para  $Re$  entre 50 e 500.**

Verificando-se a diminuição da contribuição de  $K_{direção}$  com o aumento de  $R_c/D$  e o oposto em relação a  $Re$ .

Comportamento complementado com a Figura 6.5.

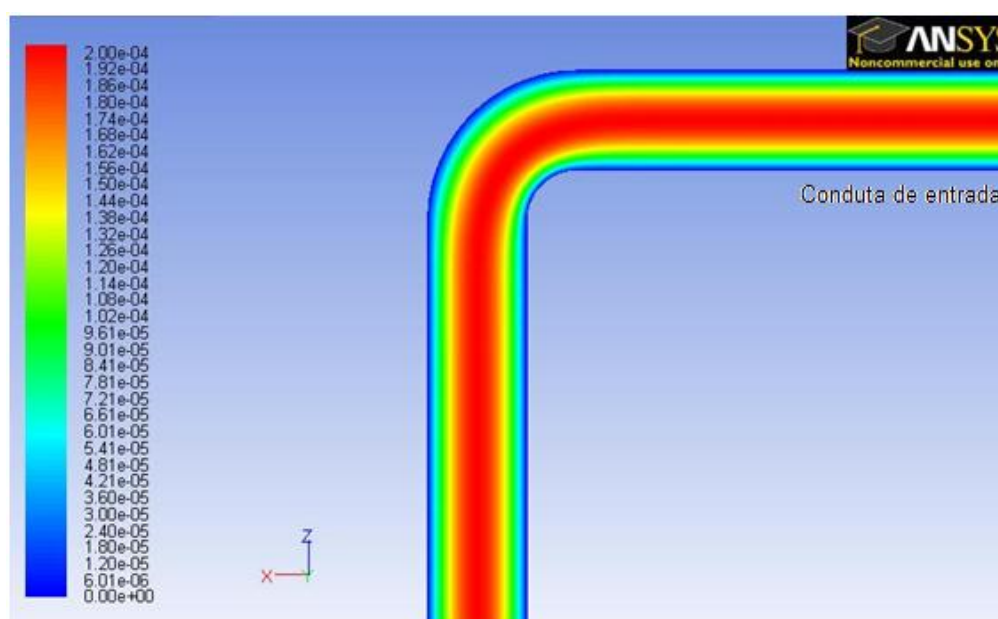


**Figura 6.5 –  $K_{direção}/K_{total}$  em função de  $Re$  para  $R_c/D$  entre 1 e 25.**

São disponibilizadas em anexo informações para cada valor de  $R_c/D$  independentemente. Do Anexo A.2 a A.10 encontram-se os gráficos com ambos os  $K$ , o seu valor expresso em escala logarítmica, os valores de  $f$  calculados a montante e a jusante da curva, uma verificação para o valor do  $K_{total}$  através da expressão de *Darcy-Weichbach* e os valores para os erros relativos associados em percentagem.

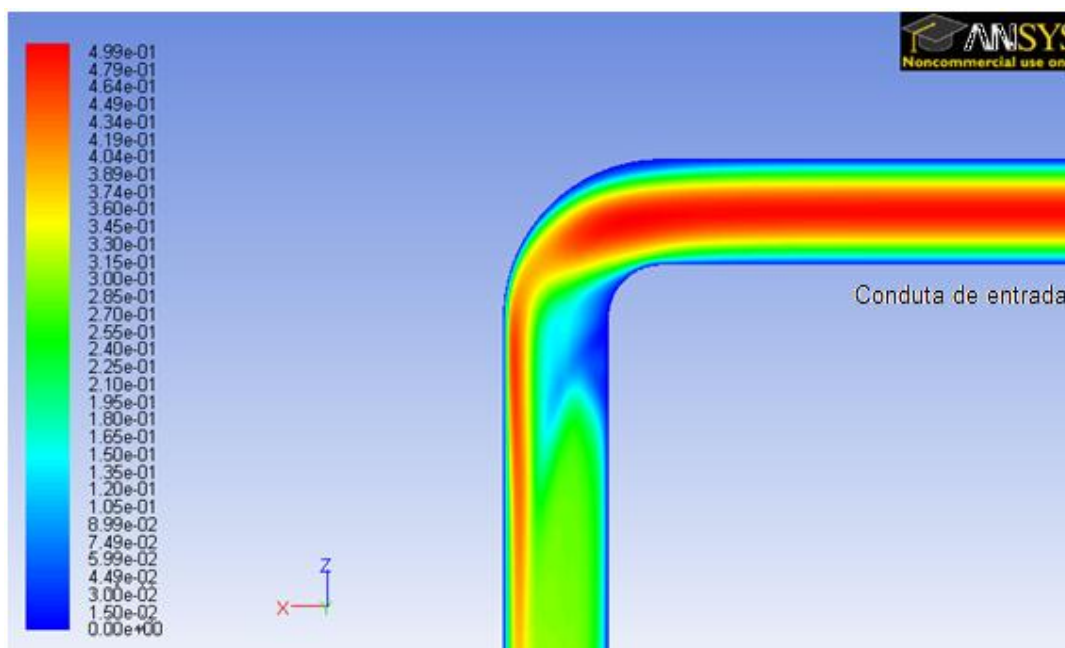
Tirando partido das ferramentas de visualização do código foram traçados planos, cuja localização no domínio de cálculo se mostra no Anexo A.11. Foram traçados contornos de velocidade para se observar os efeitos da curva no fluido que a transpõe. São úteis para uma análise qualitativa.

Nas Figuras 6.6 e 6.7 encontram-se os contornos da magnitude da velocidade, num plano axial como o escoamento principal, para uma curva com  $R_c/D=1$ . O que as distingue é a velocidade do escoamento.



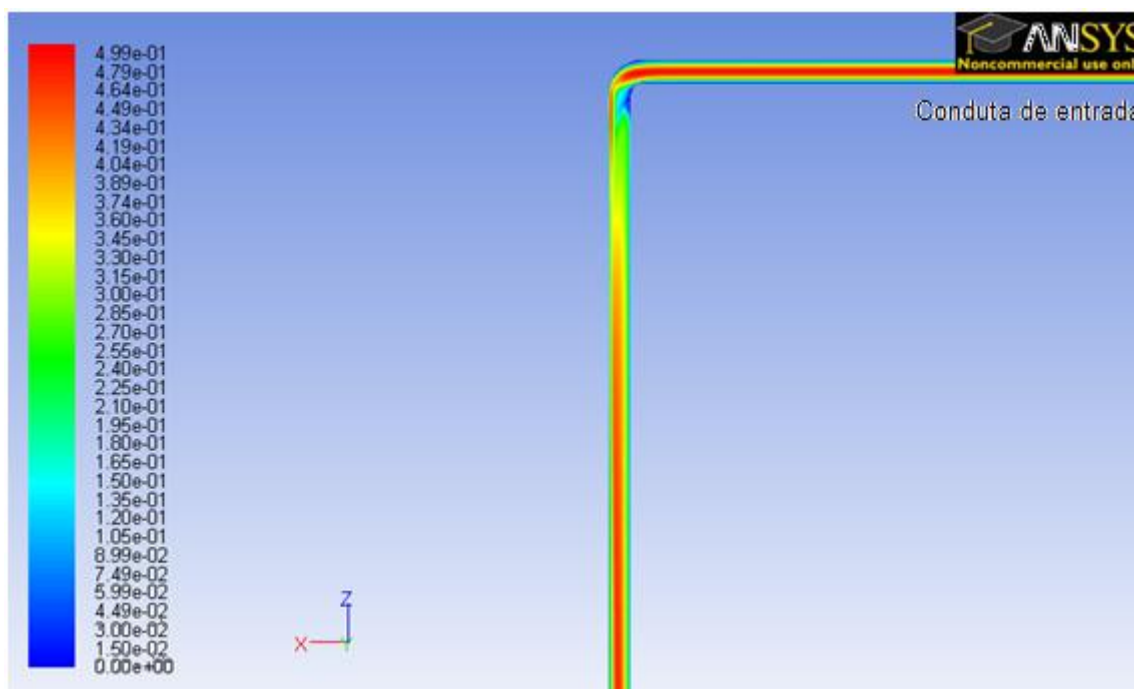
**Figura 6.6 – Contornos da magnitude da velocidade para  $R_c/D=1$  e  $Re=0,2$ , para o qual  $V_{média}=0,0001$  m/s.**

Enquanto em 6.6 para  $Re=0,2$  não há descolamento do escoamento.



**Figura 6.7 - Contornos da magnitude da velocidade para  $R_c/D=1$  e  $Re=500$ , para o qual  $V_{média}=0,25$  m/s.**

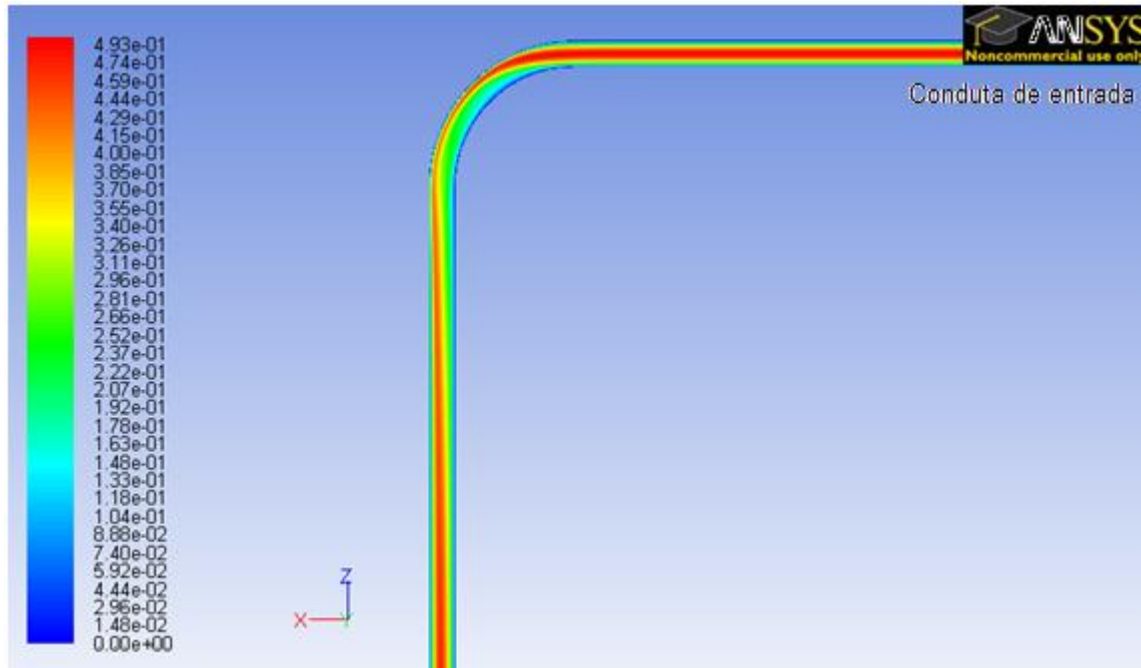
Em 6.7 para  $Re=500$  há uma grande diminuição da “área” do escoamento principal na zona interior da curva, levando o escoamento uma distância considerável a restabelecer-se completamente, como mostra a Figura 6.8.



**Figura 6.8 - Contornos da magnitude da velocidade para  $R_c/D=1$  e  $Re=500$ , vista afastada.**

Para uma curva com uma razão  $R_c/D=5$ , para baixos valores de  $Re$  o escoamento segue a mesma forma notada na Figura 6.5. Para o valor de  $Re=500$ , o escoamento difere um pouco do que se observa em 6.7 e 6.8.

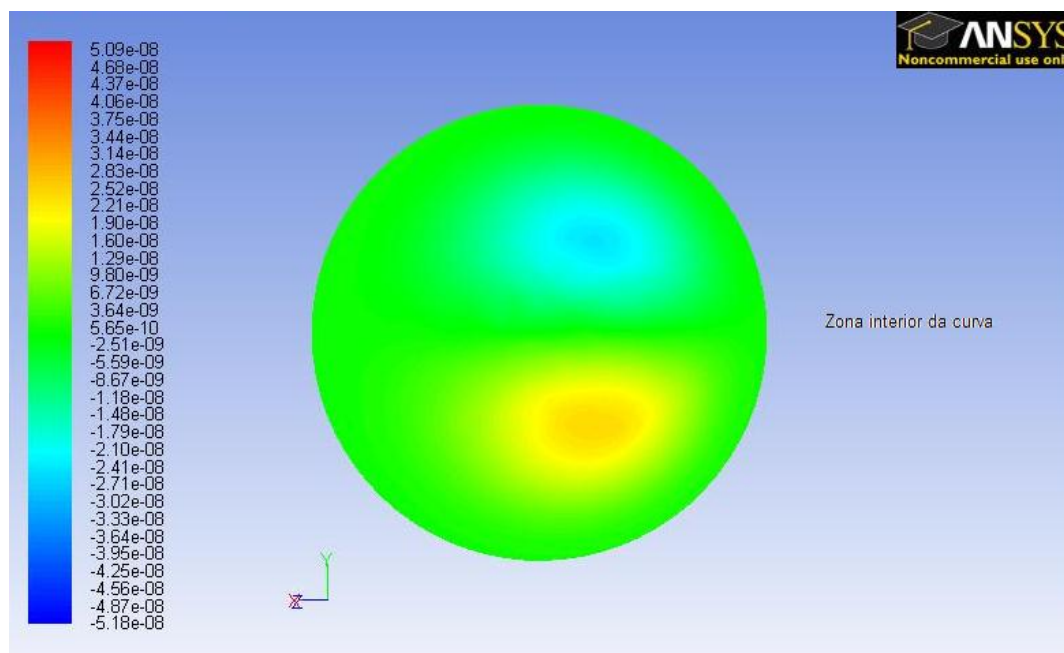




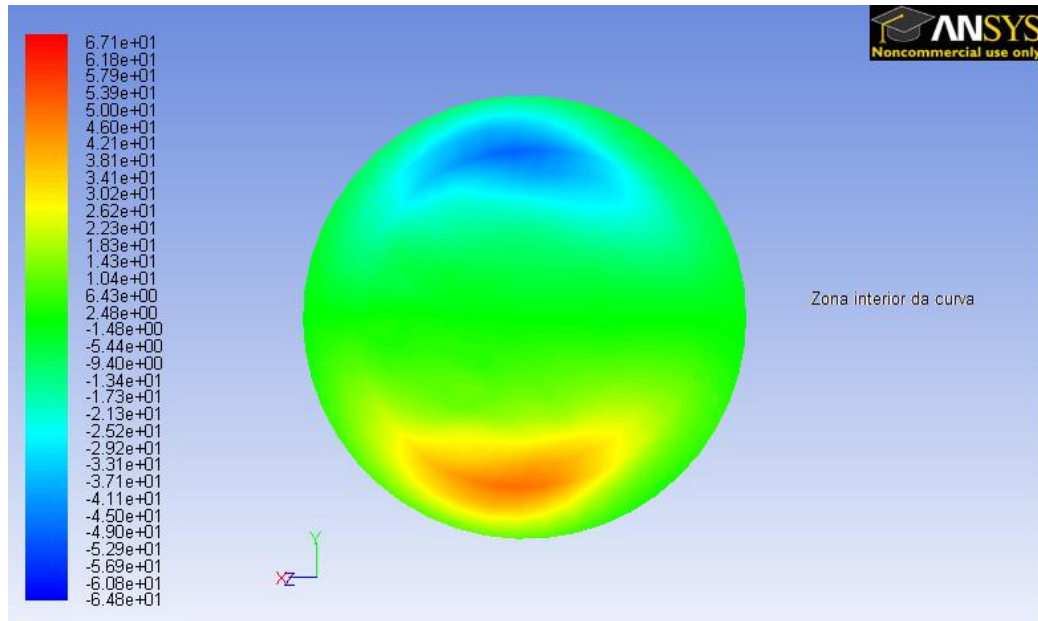
**Figura 6.9 - Contornos da magnitude da velocidade para  $R_c/D=5$  e  $Re=500$ , para o qual  $V_{média}=0,25$  m/s.**

Notando-se um descolamento de menor intensidade, mais distribuído ao longo da curva no entanto.

De seguida é analisado o escoamento secundário a meio da curva, para os mesmos valores de  $R_c/D$ .

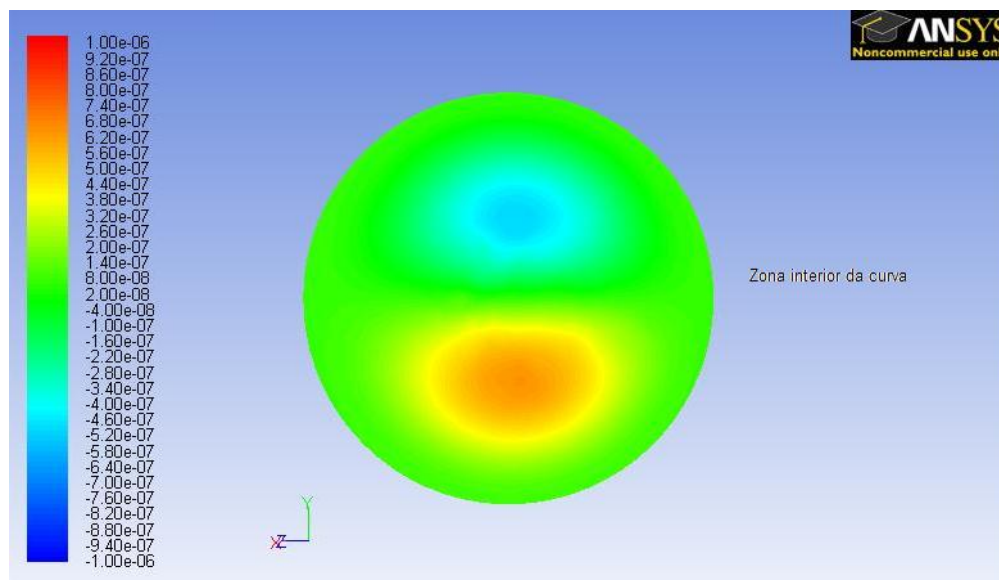


**Figura 6.10 – Contornos do escoamento secundário para  $R_c/D=1$  e  $Re=0,2$ , para o qual  $V_{média}=0,0001$  m/s.**

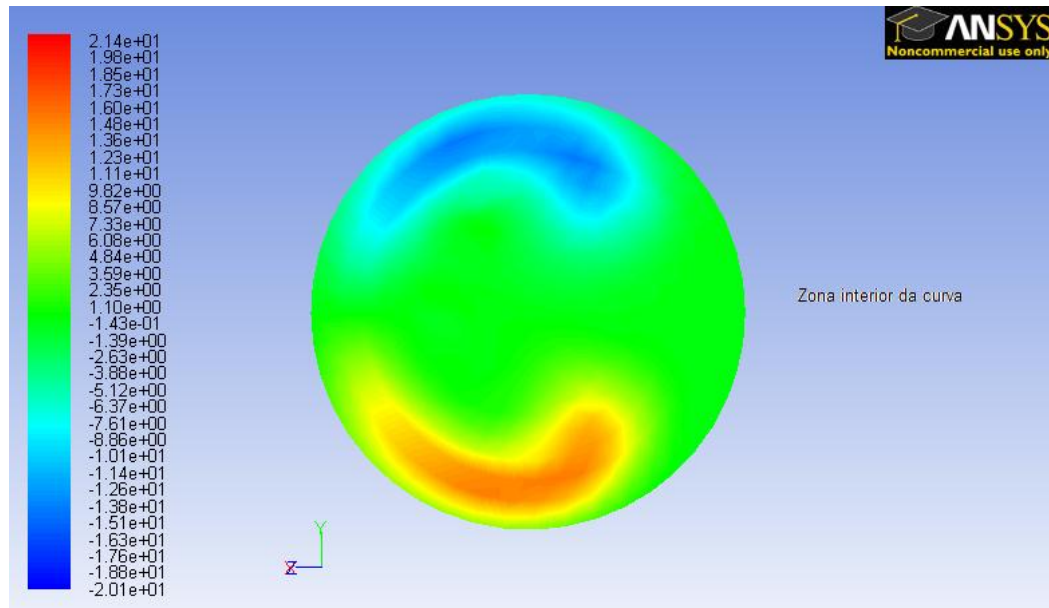


**Figura 6.11 - Contornos do escoamento secundário para  $R_c/D=1$  e  $Re=500$ , para o qual  $V_{média}=0,25$  m/s.**

Notando-se um grande aumento do escoamento transversal com o aumento de  $Re$ . De seguida apresentam-se os resultados para  $R_c/D=5$ :



**Figura 6.12 - Contornos do escoamento secundário para  $R_c/D=5$  e  $Re=0,2$ , para o qual  $V_{média}=0,0001$  m/s.**



**Figura 6.13 - Contornos do escoamento secundário para  $R_c/D=5$  e  $Re=500$ , para o qual  $V_{média}=0,25$  m/s.**

Mantendo-se o aumento do escoamento secundário com o aumento de  $Re$  e, verificando-se um ligeiro acréscimo de intensidade quando comparado com o valor de  $R_c/D=1$ , para esse caso o escoamento secundário manifesta-se com maior impacto à saída da curva e não tanto na região intermédia da mesma.

## 7 Conclusões

Finalizado o estudo das perdas de carga para as condições em análise é então possível tirar algumas conclusões.

A evolução dos valores de  $K_{total}$  atravessa duas fases distintas. Enquanto o escoamento é dominado pelas forças viscosas, até valores de cerca de  $Re=50$ , a perda de carga diminui linearmente com o aumento de  $Re$ , não ocorre separação do escoamento ao longo da curva, ocorrendo predominantemente perdas de carga em linha. Comportamento justificável pois a diferença de pressão é proporcional ao caudal a ao normalizar a queda de pressão pela inércia, o quadrado do caudal, o aumento da velocidade reduz o factor  $K$ .

Para valores de  $Re$  superiores o comportamento começa a ser semelhante ao verificado para o regime turbulento, transição essa que ocorre a menores  $Re$  para menores  $R_c$ .

Relativamente ao  $K_{direcção}$ , aumenta claramente com  $Re$ . A variação com  $R_c$  revelou dois comportamentos distintos,  $K_{direcção}$  deveria ser sempre menor para os maiores  $R_c$ , o que não acontece para os maiores valores de  $R_c/D$ . No entanto analisando a razão  $K_{direcção}/K_{total}$ , a evolução da influência da mudança de direcção é perfeitamente definida diminuindo com o aumento de  $R_c$ .

O efeito de  $K_{direcção}$  revelou-se nulo até  $Re=50$ , ocorrendo apenas perda de carga em linha.

Nos anexos com os dados relativos a cada geometria os valores obtidos para o  $K_{total}$  com  $K_{total}=f \times (L_{curva}/D) + K_{direcção}$  diferem muito pouco com aqueles directamente provenientes das extrapolações.

As zonas de descolamento do escoamento aumentam claramente com  $Re$  e com a diminuição de  $R_c/D$ .

Em relação ao escoamento secundário, aumenta também claramente com o aumento de  $Re$ , e aumenta ligeiramente com o aumento de  $R_c/D$ .

Como trabalhos futuros, o mais relevante será uma continuação do estudo para estas mesmas condições mas com domínios de cálculo superiores permitindo obtenção de valores de  $K$  para  $Re$  superiores até ao valor de transição de regime por exemplo. Com o objectivo de perceber melhor a evolução que os valores tomam, isto é, se a tendência linear se mantém, ou se o comportamento se modifica. Outra proposta é uma mudança da secção da conduita para um tipo rectangular.

## Referências

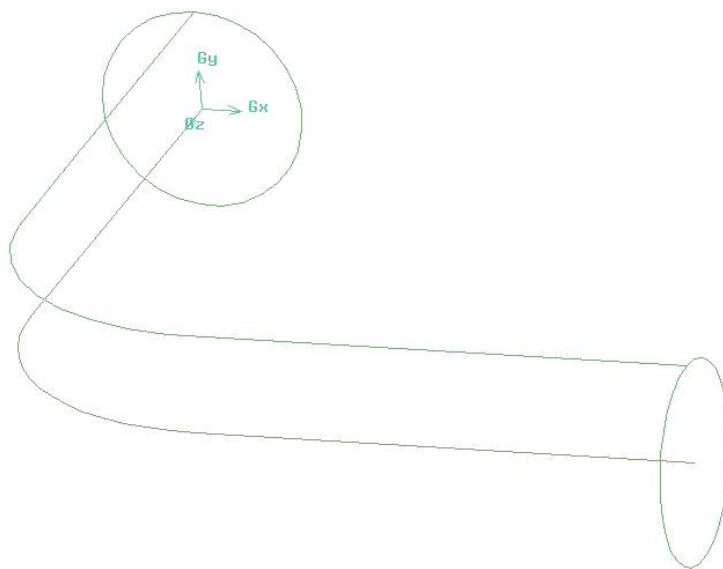
- [1] J.Thompson, Vol. 25, *Proc. Instn. Mech. Engrs.* (1879).
- [2] J.Eustace, Experiments on streamline motion in curved pipes. *Proc. Roy. Soc. A. Vol. 85* (1911).
- [3] C.M. White, Streamline flow through curved pipes, *Proc. Roy. Soc. A, Vol. 123* (1929).
- [4] G.I.Taylor, The criterion for turbulence in curved pipes *Proc. Roy. Soc. A, Vol. 124* (1929).
- [5] W.R.Dean, Streamline motion of fluid in curved pipes, *Phil.Mag. Vol. 4* (1927).
- [6] A.J. Ward Smith, Pressure losses in ducted flows (1971).
- [7] Idel'cik, Memento de pertes de charge: coefficients de pertes de charge singulières et de pertes de charge par frottement (1969)
- [8] R. L.Panton, Incompressible flow (1933).
- [9] A. Lencastre, Hidráulica Geral (1996)

## Anexos

### A.1 Informações Relativas ao *Fluent 6*

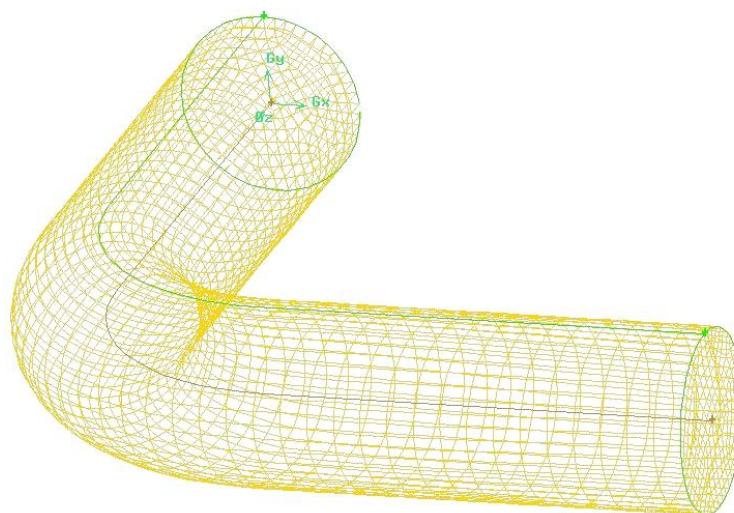
Toda a aprendizagem foi feita usando o *Fluent 6.3* para o qual é o *Gambit* o gerador da malha.

A modelação da conduta 3D segue no fundo as mesmas orientações que os esquemas 2D. Através da definição de pontos são criados três segmentos de recta, correspondendo às condutas (entrada e saída) e à curva, esses três segmentos são então unidos efectuando uma fusão de arestas, num só elemento, elemento esse que é o trajecto que uma face com secção circular e de orientação normal a esses segmentos percorre na totalidade para dar origem ao volume correspondente à conduta com a curva a 90°, processo denominado por varrimento de faces, Figura 5.6.



**Figura A.1.1 – Criação do domínio de cálculo no *Gambit*.**

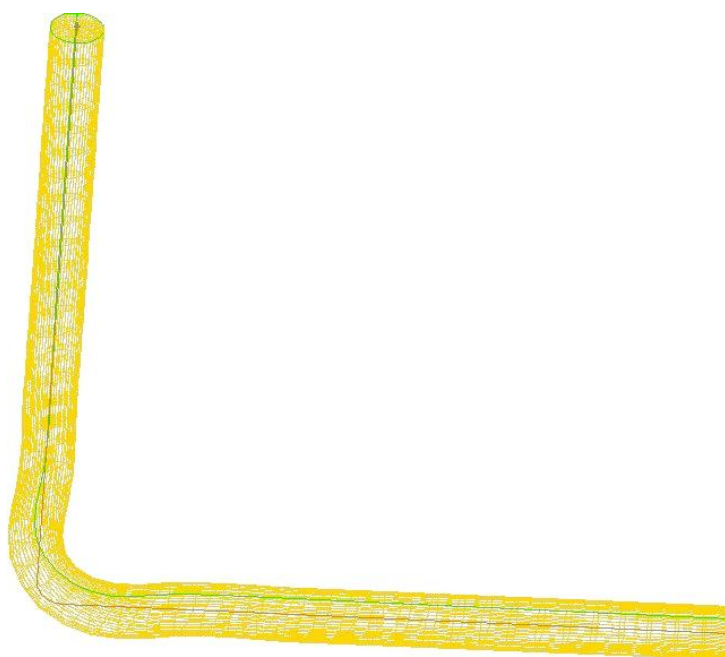
Criado o volume, a malha é feita escolhendo o tipo de elemento que se quer, neste caso, composta por hexaedros, como se pode ver na Figura A.1.2.



**Figura A.1.2 – Exemplo de malha no *Gambit*.**

Outras soluções foram testadas, como criar volumes independentes para as três secções do sistema, no entanto surgiram complicações no decorrer da simulação pois a união entre as malhas geradas para os três volumes criava problemas na convergência da solução, ocorrendo com frequência reversão do escoamento.

Esta solução de construção mostrou-se válida para condutas relativamente curtas, quando se tornou necessário aumentar o comprimento das condutas para números de *Reynolds* elevados começou a verificar-se um desvio entre o trajecto definido para a conduta percorrer e a forma final que se obtinha, facto que não foi possível corrigir e que prejudicaria a qualidade dos resultados obtidos pois tratava-se realmente de uma alteração da geometria. Problema ilustrado na Figura A.1.3.



**Figura A.1.3 – Má geração da curva.**

Outro problema decorrente do aumento das dimensões da conduta foi o aumento de volumes de controlo presentes na malha. Esse aumento foi tal que o *Fluent* notificou que a memória *RAM* disponível no computador não era suficiente para prosseguir o cálculo e que para simulações 3D quando as malhas que ultrapassam significativamente o milhão de volumes são necessários vários processadores.

Motivos que levaram à utilização do código através da rede da FEUP.

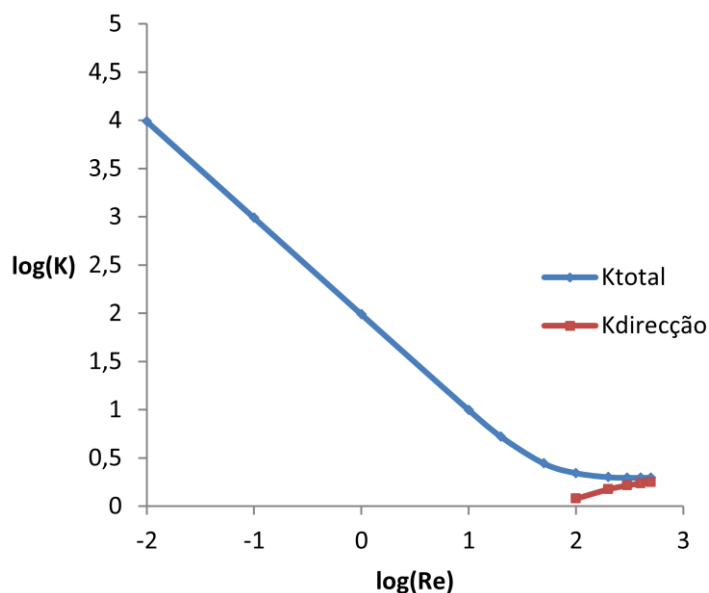


A.2  $R_0/D=1$ Tabela A.2.1. – Valores de  $K_{total}$  e  $K_{direção}$  e os erros relativos de  $f$  em regime desenvolvido antes e após a curva.

$Re$	$K_{total}$	$K_{direção}$	$\log K_{total}$	$\log K_{direção}$	$f_{entrada}$	$f_{saída}$	$f_{teórico}$	erro $f_{entrada}$ [%]	erro $f_{saída}$ [%]
0,01	9736,23242	-	3,98839	-	6395,88800	6396,04800	6400	-0,06425	-0,06175
0,1	973,83871	-	2,98849	-	639,57104	639,57744	640	-0,06703	-0,06602
1	97,41223	-	1,98861	-	63,95616	63,95776	64	-0,06850	-0,06599
10	9,93453	-	0,99715	-	6,39609	6,39528	6,40	-0,06106	-0,07372
20	5,24842	-	0,72003	-	3,19839	3,19866	3,20	-0,05030	-0,04196
50	2,77876	0,76582	0,44385	-	1,27988	1,28008	1,28	-0,00906	0,00593
100	2,20239	1,9671	0,34289	0,07799	0,64014	0,64012	0,64	0,02201	0,01933
200	2,00098	1,49819	0,30124	0,17557	0,32003	0,32003	0,32	0,00872	0,01075
300	1,97498	1,63980	0,29556	0,21479	0,21335	0,21335	0,213	0,02273	0,02334
400	1,97281	1,72142	0,29508	0,23589	0,16001	0,16001	0,160	0,00490	0,00391
500	1,97407	1,77297	0,29536	0,24870	0,12800	0,12801	0,128	0,00084	0,00395

Tabela A.2.2. – Cálculo de  $K_{total}$ .

$K_{total}=f*(L_{curva}/D)+K_{dir}$	erro relativo [%]
9730,85401	-0,05524
973,33668	-0,05155
97,36274	-0,05080
9,92959	-0,04966
5,24488	-0,06740
2,77645	-0,08321
2,20202	-0,01669
2,00085	-0,00676
1,97490	-0,00417
1,97275	-0,00275
1,97403	-0,00201



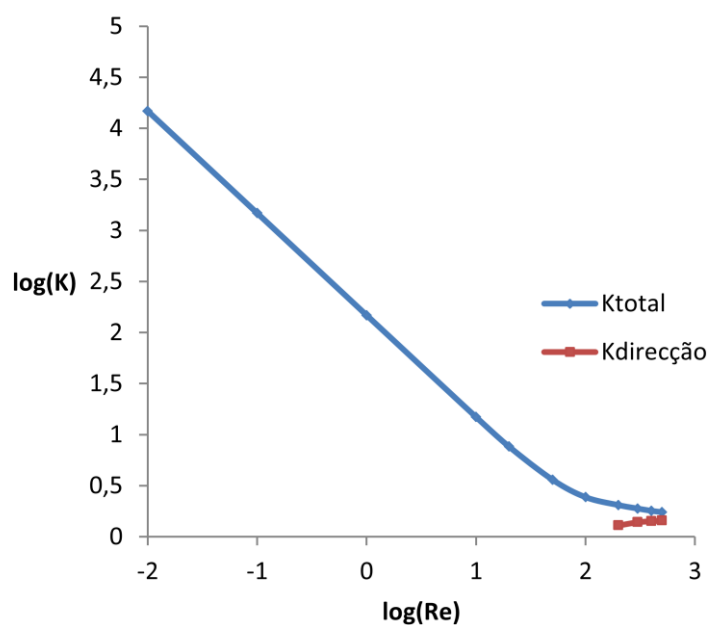
### A.3 $R_0/D=1.5$

 Tabela A.3.1. – Valores de  $K_{total}$  e  $K_{direção}$  e os erros relativos de  $f$  em regime desenvolvido antes e após a curva.

$Re$	$K_{total}$	$K_{direção}$	$\log K_{total}$	$\log K_{direção}$	$f_{entrada}$	$f_{saída}$	$f_{teórico}$	erro $f_{entrada}$ [%]	erro $f_{saída}$ [%]
0,01	14794,07624	-	4,17009	-	6397,61600	6397,66400	6400	-0,03725	-0,03650
0,1	1479,14649	-	3,17001	-	639,57744	639,57744	640	-0,06602	-0,06602
1	147,93412	-	2,17007	-	63,97868	64,02420	64	-0,03331	0,03781
10	14,88090	-	1,17263	-	6,40214	6,39771	6,40	0,03339	-0,03585
20	7,63958	-	0,88307	-	3,20086	3,19917	3,20	0,02686	-0,02601
50	3,61674	0,59671	0,55832	-	1,28030	1,28020	1,28	0,02310	0,01584
100	2,44419	0,9357	0,38814	-	0,64012	0,64008	0,64	0,01912	0,01268
200	2,04362	1,28946	0,31040	0,11041	0,32002	0,32002	0,32	0,00647	0,00713
300	1,89017	1,38741	0,27650	0,14220	0,21334	0,21334	0,213	0,02013	0,02103
400	1,79683	1,41976	0,25451	0,15222	0,16000	0,16001	0,160	0,00172	0,00325
500	1,74223	1,44058	0,24111	0,15854	0,12800	0,12800	0,128	0,00169	0,00143

 Tabela A.3.2. – Cálculo de  $K_{total}$ .

$K_{total}=f*(L_{curva}/D)+K_{dir}$	erro relativo [%]
14782,06907	-0,08116
1477,92805	-0,08237
147,81362	-0,08146
14,86351	-0,11682
7,63076	-0,11542
3,61263	-0,11343
2,44371	-0,01983
2,04344	-0,00866
1,89006	-0,00588
1,79675	-0,00415
1,74217	-0,00328



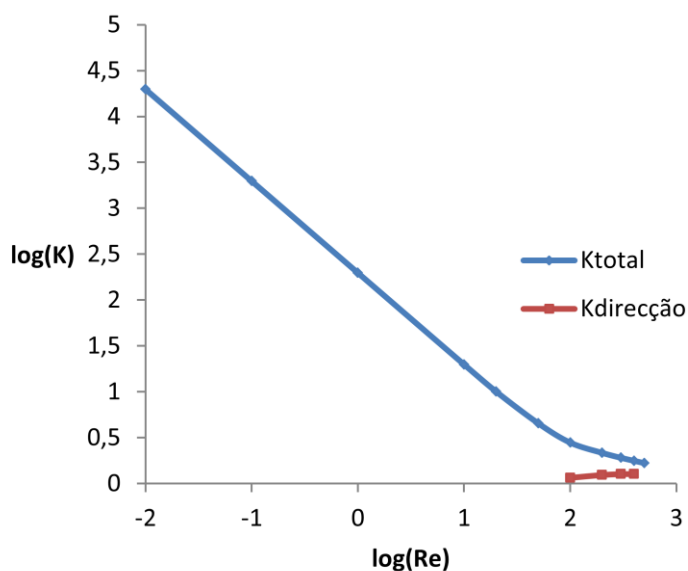
#### A.4 $R_0/D=2$

 Tabela A.4.1. – Valores de  $K_{total}$  e  $K_{direção}$  e os erros relativos de  $f$  em regime desenvolvido antes e após a curva.

$Re$	$K_{total}$	$K_{direção}$	$\log K_{total}$	$\log K_{direção}$	$f_{entrada}$	$f_{saída}$	$f_{teórico}$	erro $f_{entrada}$ [%]	erro $f_{saída}$ [%]
0.01	19772,84006	-	4,29607	-	6398,78400	6398,75200	6400	-0,01900	-0,01950
0.1	1977,47429	-	3,29611	-	639,86272	639,82736	640	-0,02145	-0,02698
1	197,77097	-	2,29616	-	63,98471	63,98437	64	-0,02390	-0,02442
10	19,86607	-	1,29811	-	6,39865	6,39806	6,40	-0,02110	-0,03033
20	10,07917	-	1,00342	-	3,19966	3,19951	3,20	-0,01065	-0,01524
50	4,53652	0,51070	0,65672	-	1,28050	1,28051	1,28	0,03926	0,03954
100	2,79587	0,78475	0,44652	-	0,64013	0,64006	0,64	0,01973	0,00997
200	2,16173	1,15646	0,33480	0,06313	0,31982	0,31995	0,32	-0,05562	-0,01426
300	1,91056	1,24001	0,28116	0,09343	0,21342	0,21341	0,213	0,05682	0,05289
400	1,77019	1,26742	0,24802	0,10292	0,16001	0,16000	0,160	0,00535	0,00179
500	1,67178	1,26957	0,22318	0,10366	0,12800	0,12800	0,128	0,00076	0,00350

 Tabela A.4.2. – Cálculo de  $K_{total}$ .

$K_{total}=f*(L_{curva}/D)+K_{dir}$	erro relativo [%]
19746,62661	-0,13257
1974,89843	-0,13026
197,51860	-0,12760
19,84115	-0,12544
10,06542	-0,13638
4,53194	-0,10094
2,79537	-0,01789
2,16177	0,00196
1,91022	-0,01762
1,77007	-0,00634
1,67169	-0,00504



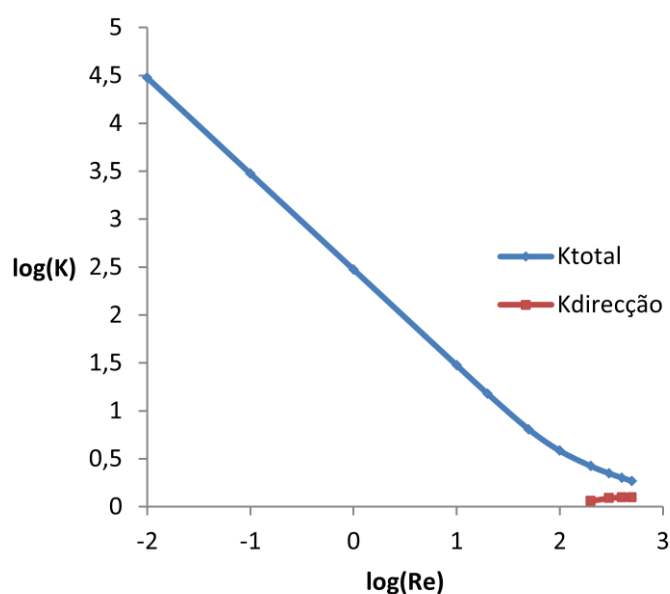
# **A.5 $R_0/D=3$**

 Tabela A.5.1. – Valores de  $K_{total}$  e  $K_{direção}$  e os erros relativos de  $f$  em regime desenvolvido antes e após a curva.

$Re$	$K_{total}$	$K_{direção}$	$\log K_{total}$	$\log K_{direção}$	$f_{entrada}$	$f_{saída}$	$f_{teórico}$	erro $f_{entrada}$ [%]	erro $f_{saída}$ [%]
0.01	29883,03603	-	4,47542	-	6395,21600	6395,26400	6400	-0,07475	-0,07400
0.1	2988,65954	-	3,47548	-	639,50656	639,52368	640	-0,07710	-0,07442
1	298,86918	-	2,47548	-	63,95088	64,02420	64	-0,07675	0,03781
10	29,93751	-	1,47622	-	6,39548	6,39484	6,40	-0,07068	-0,08064
20	15,06945	-	1,17810	-	3,19841	3,19824	3,20	-0,04960	-0,05486
50	6,42050	0,38254	0,80757	-	1,27984	1,27976	1,28	-0,01228	-0,01871
100	3,83384	0,8169	0,58363	-	0,64010	0,64010	0,64	0,01548	0,01511
200	2,65368	1,14538	0,42385	0,05895	0,32002	0,32001	0,32	0,00587	0,00370
300	2,23136	1,22581	0,34857	0,08842	0,21335	0,21335	0,213	0,02297	0,02207
400	2,00447	1,25032	0,30200	0,09702	0,16001	0,16000	0,160	0,00569	0,00254
500	1,85574	1,25243	0,26852	0,09775	0,12800	0,12801	0,128	0,00286	0,00486

 Tabela A.5.2. – Cálculo de  $K_{total}$ .

$K_{total}=f*(L_{curva}/D)+K_{dir}$	erro relativo [%]
29923,03479	0,13385
2992,70088	0,13522
299,27356	0,13530
29,97789	0,13488
15,05976	-0,06430
6,41441	-0,09491
3,83284	-0,02604
2,65334	-0,01276
2,23112	-0,01091
2,00430	-0,00814
1,85561	-0,00690



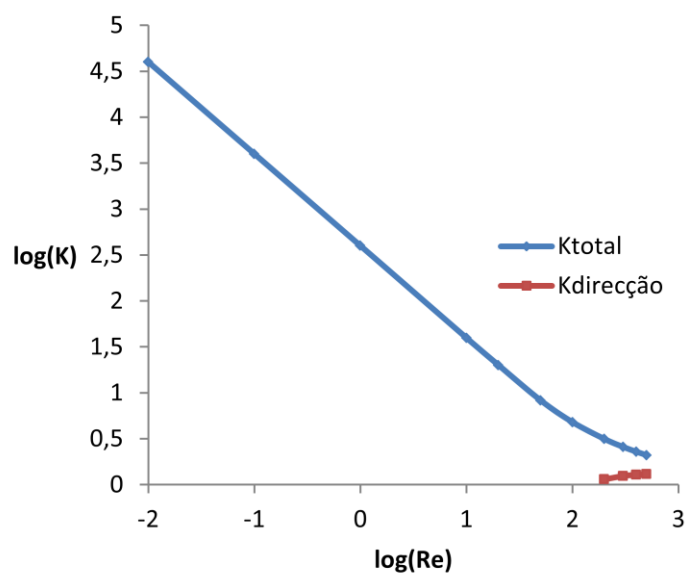
**A.6  $R_c/D=4$** 

 Tabela A.6.1. – Valores de  $K_{total}$  e  $K_{direcção}$  e os erros relativos de  $f$  em regime desenvolvido antes e após a curva.

$Re$	$K_{total}$	$K_{direcção}$	$\log K_{total}$	$\log K_{direcção}$	$f_{entrada}$	$f_{saída}$	$f_{teórico}$	erro $f_{entrada}$ [%]	erro $f_{saída}$ [%]
0.01	39892,62950	-	4,60089	-	6398,12800	6398,48000	6400	-0,02925	-0,02375
0.1	3989,21101	-	3,60089	-	639,83232	639,83232	640	-0,02620	-0,02620
1	398,94309	-	2,60091	-	63,98010	63,98168	64	-0,03109	-0,02862
10	39,64648	-	1,59820	-	6,39849	6,39796	6,40	-0,02364	-0,03185
20	20,06620	-	1,30247	-	3,19847	3,19773	3,20	-0,04789	-0,07109
50	8,28764	0,22372	0,91843	-	1,28009	1,28017	1,28	0,00677	0,01351
100	4,79505	0,76266	0,68079	-	0,64015	0,64012	0,64	0,02357	0,01842
200	3,14969	1,14466	0,49827	0,05868	0,32001	0,32001	0,32	0,00202	0,00210
300	2,58176	1,24504	0,41192	0,09518	0,21335	0,21334	0,213	0,02169	0,01799
400	2,28683	1,28431	0,35923	0,10867	0,16000	0,16001	0,160	0,00095	0,00410
500	2,10090	1,29887	0,32241	0,11357	0,12801	0,12800	0,128	0,00432	0,00275

 Tabela A.6.2. – Cálculo de  $K_{total}$ .

$K_{total}=f*(L_{curva}/D)+K_{dir}$	erro relativo [%]
39843,26879	-0,12373
3984,30158	-0,12307
398,46315	-0,12030
39,55456	-0,23185
20,05466	-0,05748
8,26620	-0,25870
4,78389	-0,23270
3,15528	0,17736
2,58545	0,14314
2,28962	0,12190
2,10312	0,10581



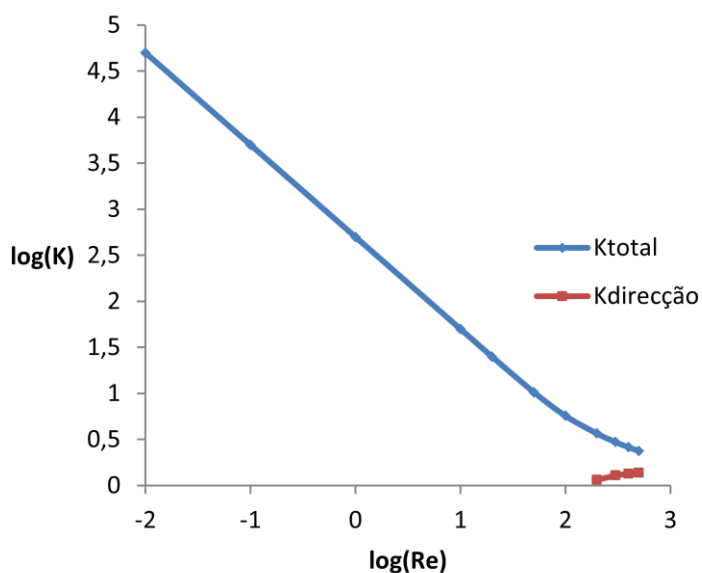
# A.7 $R_e/D=5$

 Tabela A.7.1. – Valores de  $K_{total}$  e  $K_{direcção}$  e os erros relativos de  $f$  em regime desenvolvido antes e após a curva.

$Re$	$K_{total}$	$K_{direcção}$	$\log K_{total}$	$\log K_{direcção}$	$f_{entrada}$	$f_{saída}$	$f_{teórico}$	erro $f_{entrada}$ [%]	erro $f_{saída}$ [%]
0.01	49994,58829	-	4,69892	-	6396,88000	6396,88000	6400	-0,04875	-0,04875
0.1	4999,56280	-	3,69893	-	639,67600	639,68912	640	-0,05062	-0,04857
1	499,98834	-	2,69896	-	63,96452	63,96602	64	-0,05543	-0,05309
10	50,01301	-	1,69908	-	6,39671	6,39545	6,40	-0,05143	-0,07117
20	25,04749	-	1,39876	-	3,20246	3,19817	3,20	0,07684	-0,05705
50	10,31324	0,24558	1,01340	-	1,28035	1,28038	1,28	0,02703	0,02961
100	5,70307	0,67468	0,75611	-	0,64012	0,64012	0,64	0,01880	0,01868
200	3,66677	1,15294	0,56428	0,06181	0,32000	0,32003	0,32	0,00128	0,00907
300	2,96074	1,28488	0,47140	0,10886	0,21334	0,21334	0,213	0,01887	0,01850
400	2,59814	1,34125	0,41466	0,12751	0,16001	0,16000	0,160	0,00468	0,00125
500	2,37477	1,36926	0,37562	0,13649	0,12800	0,12800	0,128	0,00228	0,00313

 Tabela A.7.2. – Cálculo de  $K_{total}$ .

$K_{total}=f*(L_{curva}/D)+K_{dir}$	erro relativo [%]
49960,84759	-0,06749
4996,20067	-0,06725
499,67555	-0,06256
49,97577	-0,07447
25,01573	-0,12679
10,29867	-0,14126
5,70123	-0,03225
3,66621	-0,01530
2,96040	-0,01154
2,59789	-0,00994
2,37457	-0,00862

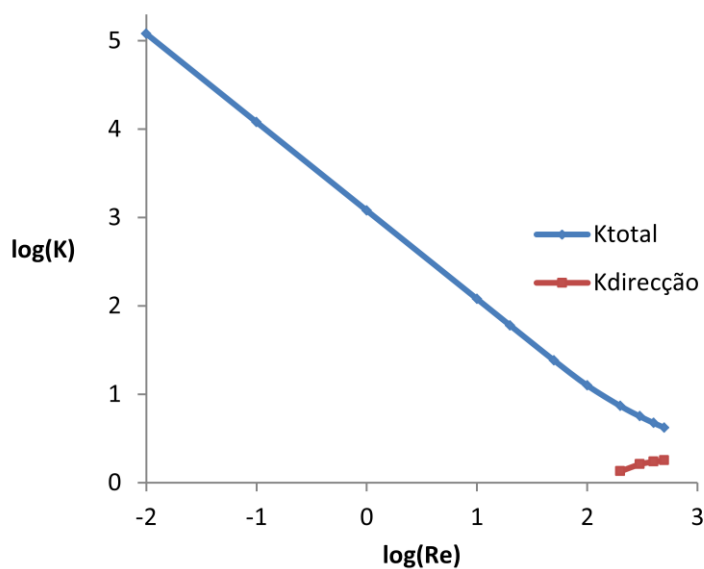


**A.8  $R_0/D=12$** Tabela A.8.1. – Valores de  $K_{total}$  e  $K_{direcção}$  e os erros relativos de  $f$  em regime desenvolvido antes e após a curva.

$Re$	$K_{total}$	$K_{direcção}$	$\log K_{total}$	$\log K_{direcção}$	$f_{entrada}$	$f_{saída}$	$f_{teórico}$	erro $f_{entrada}$ [%]	erro $f_{saída}$ [%]
0.01	120332,78407	-	5,08038	-	6396,83200	6396,40000	6400	-0,04950	-0,05625
0.1	12033,41353	-	4,08039	-	639,66864	639,63504	640	-0,05178	-0,05702
1	1203,37001	-	3,08040	-	63,96426	63,96466	64	-0,05584	-0,05522
10	120,34824	-	2,08044	-	6,39672	6,39704	6,40	-0,05131	-0,04627
20	60,19757	-	1,77958	-	3,19885	3,19852	3,20	-0,03605	-0,04628
50	24,21768	0,55967	1,38413	-	1,28016	1,28049	1,28	0,01271	0,03823
100	12,62266	0,55429	1,10115	-	0,16004	0,16003	0,64	-74,99439	-74,99487
200	7,38697	1,35349	0,86847	0,13146	0,32003	0,32003	0,32	0,00867	0,00985
300	5,64454	1,62234	0,75163	0,21014	0,21335	0,21335	0,213	0,02158	0,02206
400	4,74916	1,73257	0,67662	0,23869	0,16001	0,16001	0,160	0,00456	0,00425
500	4,20664	1,79338	0,62394	0,25367	0,12801	0,12800	0,128	0,00410	0,00348

Tabela A.8.2. – Cálculo de  $K_{total}$ .

$K_{total}=f^*(L_{curva}/D)+K_{dir}$	erro relativo [%]
120256,02868	-0,06379
12025,92045	-0,06227
1202,63455	-0,06112
120,26654	-0,06788
60,15213	-0,07548
24,18340	-0,14154
12,61792	-0,03760
7,38535	-0,02192
5,64358	-0,01699
4,74850	-0,01392
4,20613	-0,01221

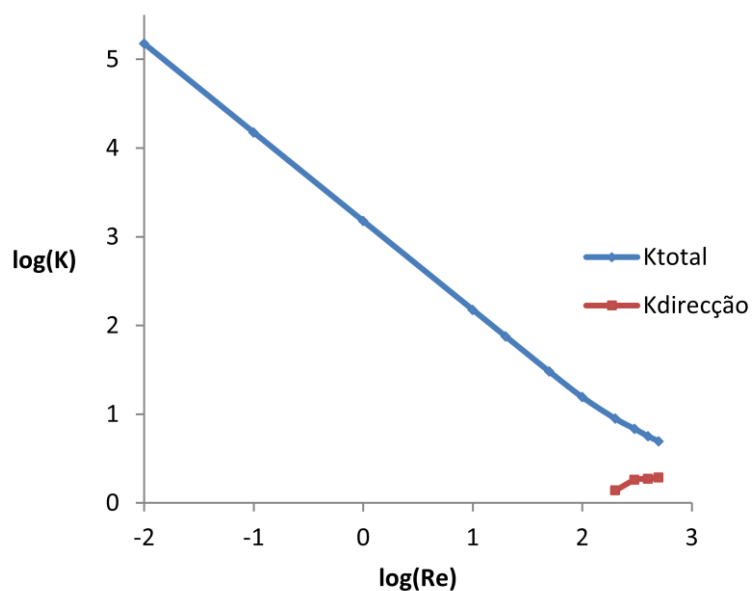


**A.9  $R_0/D=15$** Tabela A.9.1. – Valores de  $K_{total}$  e  $K_{direcção}$  e os erros relativos de  $f$  em regime desenvolvido antes e após a curva.

$Re$	$K_{total}$	$K_{direcção}$	$\log K_{total}$	$\log K_{direcção}$	$f_{entrada}$	$f_{saída}$	$f_{teórico}$	erro $f_{entrada}$ [%]	erro $f_{saída}$ [%]
0.01	150480,95921	-	5,17748	-	6395,88800	6396,04800	6400	-0,06425	-0,06175
0.1	15025,56067	-	4,17683	-	639,62912	639,63504	640	-0,05795	-0,05702
1	1504,82817	-	3,17749	-	63,96290	63,96248	64	-0,05796	-0,05863
10	150,49372	-	2,17752	-	6,39637	6,39611	6,40	-0,05671	-0,06082
20	75,26262	-	1,87658	-	3,19893	3,19802	3,20	-0,03354	-0,06193
50	30,21660	0,01446	1,48025	-	1,28027	1,28038	1,28	0,02106	0,02986
100	15,56599	0,48198	1,19218	-	0,64005	0,64010	0,64	0,00835	0,01511
200	8,92081	1,37901	0,95040	0,13957	0,32004	0,32002	0,32	0,01102	0,00553
300	6,84169	1,81406	0,83516	0,25865	0,21334	0,21335	0,213	0,01731	0,02120
400	5,63295	1,86229	0,75074	0,27005	0,16001	0,16000	0,160	0,00327	0,00199
500	4,94857	1,93207	0,69448	0,28602	0,12800	0,12800	0,128	0,00191	0,00213

Tabela A.9.2. – Cálculo de  $K_{total}$ .

$K_{total}=f*(L_{curva}/D)+K_{dir}$	erro relativo [%]
150381,05656	-0,06639
15016,78243	-0,05842
1503,95074	-0,05831
150,40669	-0,05783
75,21079	-0,06887
30,17376	-0,14178
15,56163	-0,02804
8,91883	-0,02216
6,84061	-0,01590
5,63220	-0,01341
4,94800	-0,01147





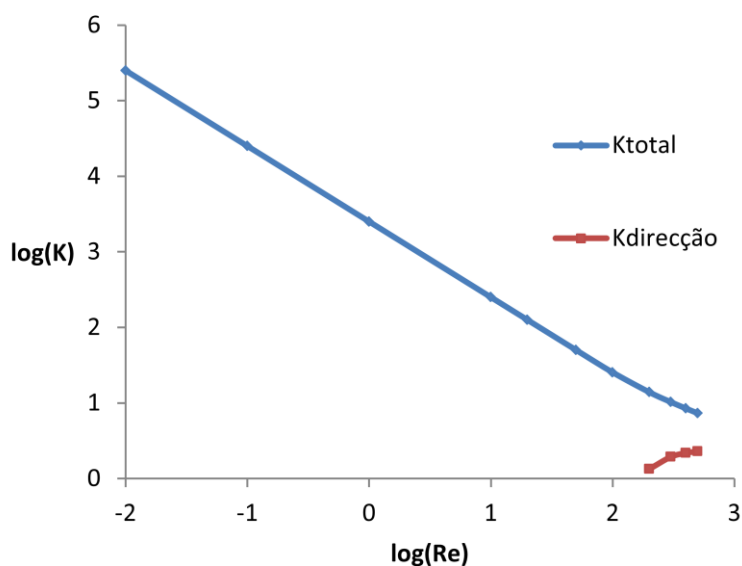
**A.10  $R_c/D=25$** 

 Tabela A.10.1. – Valores de  $K_{total}$  e  $K_{direcção}$  e os erros relativos de  $f$  em regime desenvolvido antes e após a curva.

$Re$	$K_{total}$	$K_{direcção}$	$\log K_{total}$	$\log K_{direcção}$	$f_{entrada}$	$f_{saída}$	$f_{teórico}$	erro $f_{entrada}$ [%]	erro $f_{saída}$ [%]
0.01	250539,62393	-	5,39888	-	6398,33600	6397,72800	6400	-0,02600	-0,03550
0.1	25102,13569	-	4,39971	-	639,83408	639,79152	640	-0,02593	-0,03258
1	2510,13074	-	3,39970	-	63,98184	63,97728	64	-0,02837	-0,03550
10	251,01618	-	2,39970	-	6,39847	6,39823	6,40	-0,02393	-0,02768
20	125,51921	-	2,09871	-	3,19950	3,19921	3,20	-0,01569	-0,02457
50	50,27617	0,01112	1,70136	-	1,28033	1,28034	1,28	0,02562	0,02674
100	25,41521	0,28645	1,40509	-	0,63976	0,63982	0,64	-0,03778	-0,02782
200	13,90668	1,33713	1,14322	0,12617	0,32002	0,32003	0,32	0,00779	0,00820
300	10,31556	1,93610	1,01349	0,28693	0,21334	0,21334	0,213	0,01994	0,02067
400	8,46888	2,18439	0,92783	0,33933	0,16001	0,16000	0,160	0,00395	0,00255
500	7,32079	2,29318	0,86456	0,36044	0,12801	0,12800	0,128	0,00503	0,00180

 Tabela A.10.2. – Cálculo de  $K_{total}$ .

$K_{total}=f*(L_{curva}/D)+K_{dir}$	erro relativo [%]
250824,56023	0,11373
25082,08605	-0,07987
2507,95921	-0,08651
250,78818	-0,09083
125,39810	-0,09649
50,20442	-0,14271
25,41919	0,01565
13,90350	-0,02287
10,31368	-0,01821
8,46758	-0,01542
7,31973	-0,01454

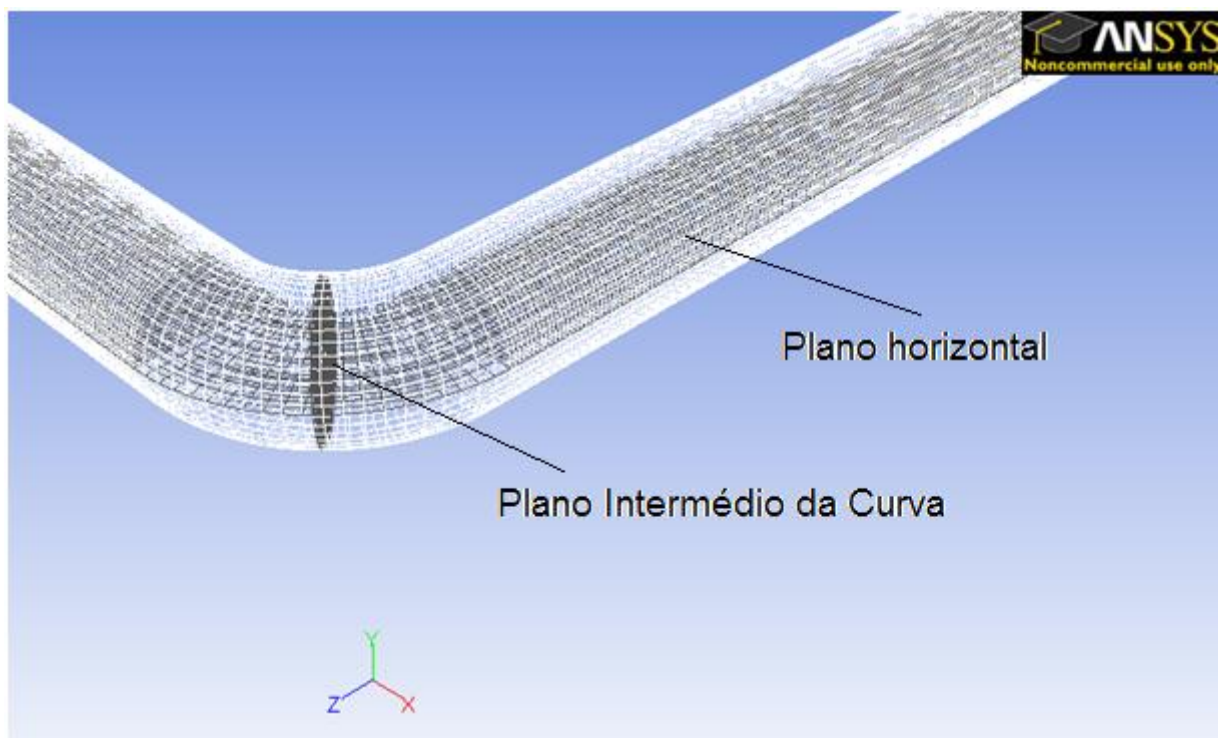


### A.11 Elementos geométricos usados para a análise dos resultados

A figura seguinte demonstra a localização dos planos usados para analisar o escoamento.

O plano horizontal encontra-se exactamente no centro da conduta, na região de diâmetro máximo. As figuras dos resultados resultam duma perspectiva superior e perpendicular ao plano horizontal.

O plano intermédio da curva é perpendicular ao sentido axial do escoamento. Nos contornos apresentados nos resultados a região exterior da curva corresponde ao lado esquerdo das figuras.



**Figura A.11.1. - Localização dos planos para análise do escoamento.**